

## Lernkontrolle Ebenenformen

XB-PR-OR

### Aufgabe 1: Gegeben sind die folgenden drei Punkte.

$$P(-4 | -4 | -1) \quad Q(4 | 5 | -3) \quad R(0 | 1 | -1)$$

- Gib eine Ebene in Parameterform durch diese drei Punkte an.
- Gib eine weitere Parameterform derselben Ebene an.
- Gib die Ebene in Normalenform an.
- Gib die Ebene in Koordinatenform an.

### Aufgabe 2: Gegeben ist eine Ebene in Normalenform

$$E: \left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

- Gib die Ebene in Koordinatenform an.
- Gib die Ebene in Parameterform an.

### Aufgabe 3: Gegeben ist eine Ebene in Koordinatenform

$$E: -5 \cdot x_1 - 15 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 = 20$$

- Gib die Ebene in Normalenform an.
- Gib die Ebene in Parameterform an.

## Lösungen:

XB-PR-OR

### Aufgabe 1: Gegeben sind die folgenden drei Punkte.

a) E:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$  OP als Stützvektor wählen  
PQ und PR als Spannvektoren wählen

b) E:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 18 \\ -4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$  OQ als Stützvektor wählen  
Vielfache der alten Spannvektoren wählen  
z.B. 2 · PQ oder (-1) · PR

c)  $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 10 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$  E:  $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$  Stützvektor übernehmen  
Normalenvektor =  
Kreuzprodukt der  
Spannvektoren

d)  $10 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = -12$  durch Ausmultiplizieren

### Aufgabe 2: Gegeben ist eine Ebene in Normalenform

a) E:  $-3 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 - 1 \cdot x_3 = 9$  durch Ausmultiplizieren

b)  $x_1 = 0 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3$   
 $x_2 = 9 + 3 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3$   
 $x_3 = 0 + 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3$  Koordinatenform auflösen  
z.B. nach  $x_2$

E:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

### Aufgabe 3: Gegeben ist eine Ebene in Koordinatenform

a) E:  $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -15 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$   $\vec{n}$  ablesen  
Punkt auf E wählen, z.B. P(0 | 0 | 4)

b)  $x_1 = -4 - 3 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3$   
 $x_2 = 0 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3$   
 $x_3 = 0 + 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3$  Koordinatenform auflösen  
z.B. nach  $x_1$

E:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$