

Lernkontrolle Vektoren

DO-LG-WC

Aufgabe 1: Berechne die Koordinaten des Vektors, der durch die Linearkombination gegeben ist.

a) $3 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix} =$

b) $5 \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} =$

Aufgabe 2: Bestimme den Mittelpunkt der Strecke AB mit Hilfe von Vektoren

a) $A = (-4|5|5)$
 $B = (-2|-2|-6)$

b) $A = (-3|6|2)$
 $B = (4|6|-3)$

Aufgabe 3: Gib eine Gleichung einer Geraden durch A und B an

a) $A = (3|-3|-6)$
 $B = (4|-6|-5)$

b) $A = (-2|-5|3)$
 $B = (3|4|-2)$

Aufgabe 4: Überprüfe ob der Punkt auf der gegebenen Geraden liegt.

a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ P (10|11|-12)

Aufgabe 5: Bestimme den Abstand der Punkte P und Q

a) $P = (5 | -4 | -8)$, $Q = (0 | 6 | -4)$

Aufgabe 6: Gib eine Ebene durch die 3 gegebenen Punkte an.

a) $P (-5 | 6 | -8)$ $Q (7 | -4 | -7)$ $R (2 | -6 | 4)$

b) $P (3 | -8 | 0)$ $Q (-1 | 6 | -2)$ $R (5 | 1 | 8)$

Aufgabe 7: Überprüfe, ob die Vektoren orthogonal sind.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8: Gib einen Vektor c an, der orthogonal zum Vektor a ist.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 9: Gib einen Vektor c an, der orthogonal zu den Vektoren a und b ist.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Lösungen:

DO-LG-WC

Aufgabe 1: Berechne die Koordinaten des Vektors, der durch die Linearkombination gegeben ist.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} -4 \\ 11 \\ -28 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} -26 \\ -42 \\ -51 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Bestimme den Mittelpunkt der Strecke AB mit Hilfe von Vektoren

$$\text{a) } \vec{OM} = \vec{OA} + 0,5 \cdot \vec{AB}$$

$$\text{a) } \vec{OM} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} + 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1,5 \\ -0,5 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{OM} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 6 \\ -0,5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3: Gib eine Gleichung einer Geraden durch A und B an

$$\vec{x} = \vec{OA} + r \cdot \vec{AB}$$

$$\text{a) } \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Überprüfe ob der Punkt auf der gegebenen Geraden liegt.

$$\begin{array}{lcl} \text{a) } & -2 + (-6) \cdot r = 10 & \Rightarrow r = -2 \\ & 5 + (-3) \cdot r = 11 & \Rightarrow r = -2 \\ & -5 + 3 \cdot r = -12 & \Rightarrow r = -2,33 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}} \right\} \text{Nein}$$

Aufgabe 5: Bestimme den Abstand der Punkte P und Q

$$\text{a) } \vec{PQ} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix} \quad d = |\vec{PQ}| = \sqrt{(-5)^2 + (10)^2 + (4)^2} = \sqrt{141}$$

Aufgabe 6: Gib eine Ebene durch die 3 gegebenen Punkte an.

$$\text{a) } E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ -10 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -12 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \text{b) } E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 14 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 7: Überprüfe, ob die Vektoren orthogonal sind.

$$\text{a) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \cdot 3 + 0 \cdot (-3) + (-3) \cdot 1 = -3 \neq 0 \quad \Rightarrow \text{nicht orthogonal}$$

$$\text{b) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + (-3) \cdot 3 = -11 \neq 0 \quad \Rightarrow \text{nicht orthogonal}$$

Aufgabe 8: Gib einen Vektor c an, der orthogonal zum Vektor a ist.

Wähle c1 und c2, berechne c3.

$$\text{a) } \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9: Gib einen Vektor c an, der orthogonal zu den Vektoren a und b ist.

$$\text{Wähle c1, berechne c2 und c3.} \quad \text{a) } \vec{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \text{oder alle Vielfachen}$$