Brüche dividieren

Zwei Brüche werden **dividiert**, indem man den ersten Bruch **mit dem Kehrbruch des zweiten Bruches** (= **Zähler** und **Nenner vertauschen**) **multipliziert**.

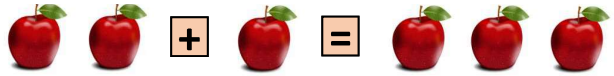
Division wird Multiplikation

$$\frac{2}{7} : \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \frac{8}{21}$$

Kehrwert des 2. Bruchs bilden

Brüche addieren und subtrahieren

Gleichnamige Dinge kann man addieren/subtrahieren.



3 Achtel + 4 Achtel = 7 Achtel

Gleichnamige Brüche, also Brüche, die **denselben Nenner** haben, werden addiert/subtrahiert, indem man die **Zähler addiert/subtrahiert** und den gleichen **Nenner beibehält**.

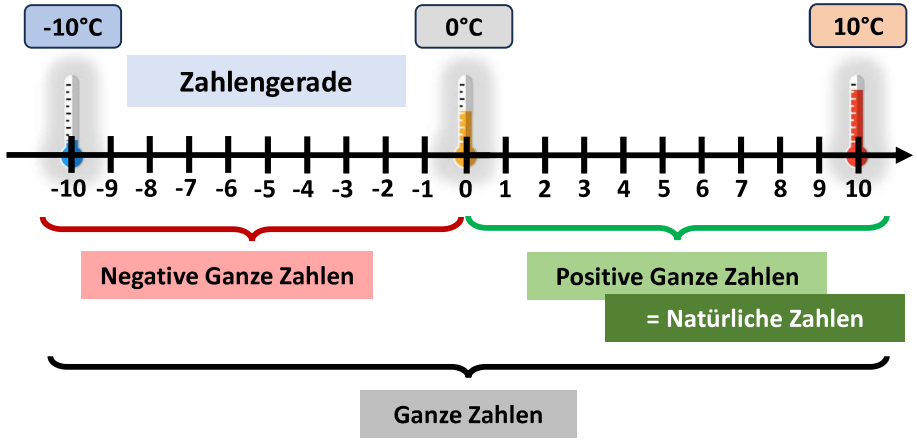
$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{2+4}{7} = \frac{6}{7}$$

Haben die beiden Brüche **unterschiedliche Nenner**, so müssen diese durch **Erweitern** bzw. Kürzen auf einen **gemeinsamen Nenner** (**Hauptnenner**) gebracht werden.

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{5} = \frac{10}{35} + \frac{28}{35} = \frac{10+28}{35} = \frac{38}{35}$$

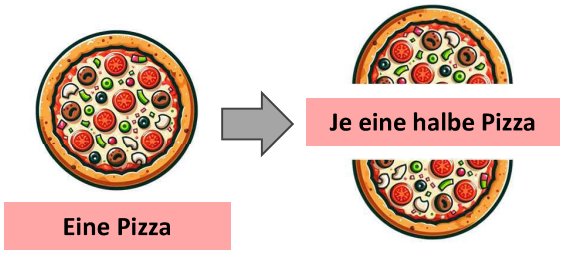
Brüche und Bruchrechnung

Bisher kennst du die **Natürlichen Zahlen** und die **Ganzen Zahlen**. Jetzt schauen wir, ob in den Lücken dazwischen auch Zahlen liegen.



Anteile

Und klar liegen da auch noch Zahlen. Wenn man zum Beispiel eine ganze Pizza teilt, dann liegt der Anteil der Teilstücke natürlich zwischen 0 und 1.



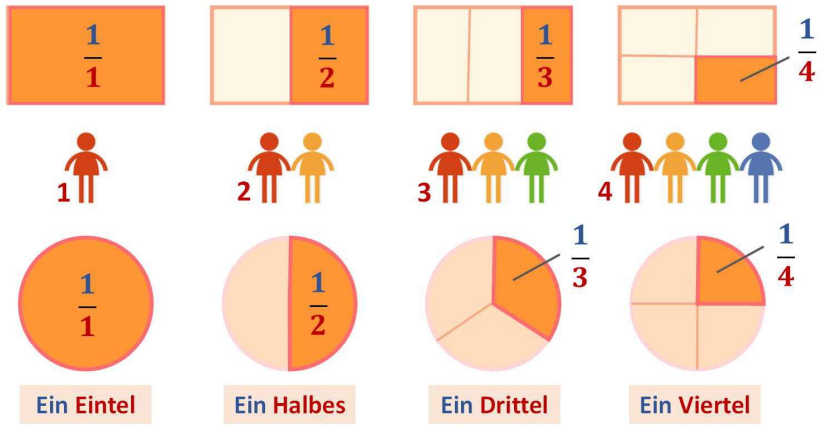
Beim Teilen einer Glasscheibe hingegen geht diese zu **Bruch**. Auch in der Mathematik entstehen beim Teilen **Brüche**.

Brüche

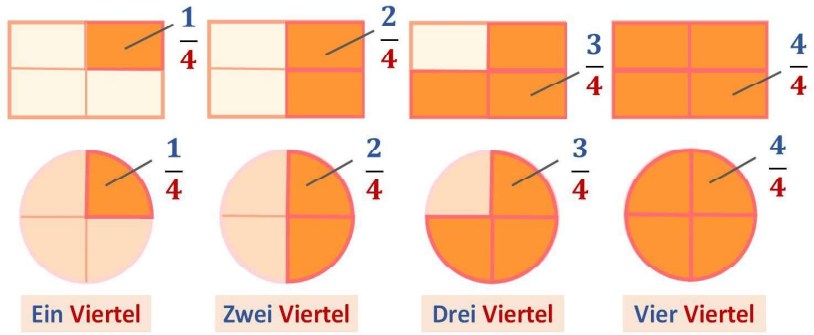
Um **gleichgroße Teile** mathematisch zu beschreiben, verwendet man einen **Bruch**.
Die Zahl unter dem Bruchstrich heißt **Nenner**.
Sie benennt den Bruch (z.B. Drittel, Viertel, …).
Die Zahl über dem Bruchstrich heißt **Zähler**.
Sie zählt, wie viele Teile genommen werden.
Der **Bruchstrich** bedeutet dabei „**von**“ oder „**geteilt**“.

Der **Zähler zählt** die Teile → $\frac{1}{4}$ ← Der **Nenner benennt** den Bruch

Geschnitten in 1,2,3,4,.. Teile	Davon 1 Teil genommen



Geschnitten in 4 Teile	Davon 1,2,3,4,… Teile genommen



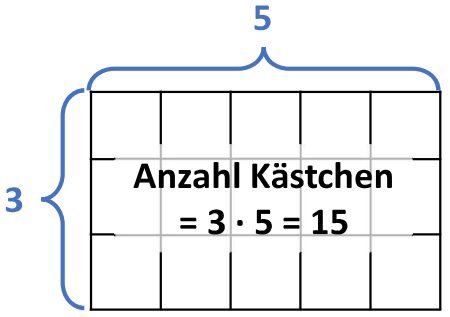
Dezimalzahlen in Brüche umwandeln

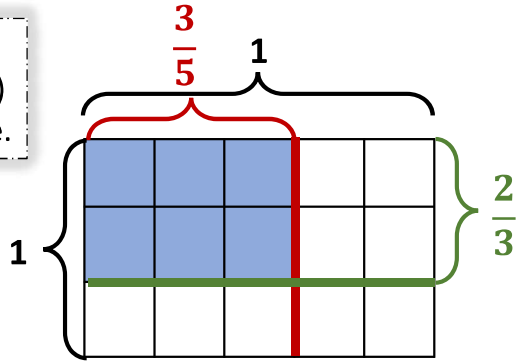
Schreibe die Ziffern der Dezimalzahl an die entsprechenden Positionen in der **Stellenwerttafel** und fasse die Zahl dann als Zähler des entsprechenden Dezimalbruchs auf. Die **letzte Ziffer** legt dabei durch ihre **Spalte** den **Nenner** fest (z = Zehntel = 10, h = Hundertstel = 100, …) . Anschließend ggf. kürzen.

Zahl	T	H	Z	E	z	h	t	Bruch
31,25			3	1	2	5		$\frac{3125}{100}$
0,127				0	1	2	7	$\frac{127}{1000}$

Brüche multiplizieren

Der Flächeninhalt eines Rechtecks (=Anzahl an Kästchen) berechnet sich aus Länge · Breite.



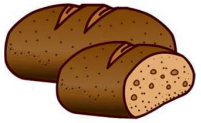


Anteil gefärbt

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$$

Brüche werden **multipliziert**, indem man die **Zähler miteinander multipliziert** und die **Nenner miteinander multipliziert**, also: „**Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner**“

Gemischte Brüche



$1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$

Eineinhalb Brote
= 1 Brot + 1/2 Brot

Gemischte Brüche bestehen aus einer **ganzen Zahl** und einem **Bruch.** Sie sind die Summe aus der ganzen Zahl und dem Bruch.

Umwandeln in einen unechten Bruch:
Man multipliziert die ganze Zahl mit dem Nenner und addiert den Zähler, um den neuen Zähler zu erhalten.

$3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

3 · 2 + 1 = 7

Umwandeln in einen gemischten Bruch:
Man teilt den Zähler durch den Nenner. Der ganzzahlige Anteil bildet die ganze Zahl. Der Rest ist der Zähler des Bruches.

$\frac{7}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$

7 : 2 = 3 Rest 1

Brüche in Dezimalzahlen umwandeln

Man kann Anteile nicht nur als Bruch, sondern auch als **Dezimalbruch** (Bruch mit Nenner 10,100,1000,…) oder **Dezimalzahl** (=Kommazahl) darstellen.

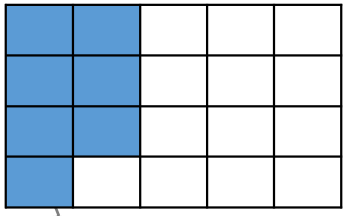
$\frac{7}{20} = 7 : 20 = 0,35$

Zur Umwandlung einfach den **Zähler** durch den **Nenner teilen**…

… oder den Bruch **erweitern**, so dass der **Nenner 10,100, 1000**, … ist. Anhand der Stellenwerttafel den Dezimalbruch angeben.

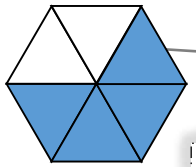
$\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35$

Anteil als Bruch angeben



7 von 15 Kästchen gefärbt. Das sind $\frac{7}{15}$.

Der **Zähler** entspricht der Anzahl an **gefärbten** Kästchen. Der **Nenner** entspricht der Anzahl **aller** Kästchen.



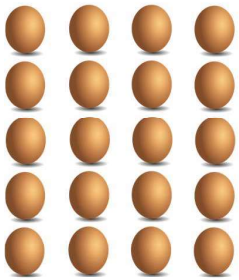
4 von 6 Kästchen gefärbt. Das sind $\frac{4}{6}$.

7 von 10 Kästchen gefärbt. Das sind $\frac{7}{10}$.

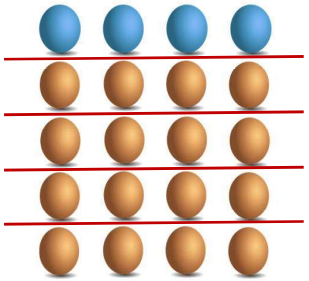
Anteile berechnen

$\frac{3}{5}$ der Eier sollen gefärbt werden. Wie viele sind das?

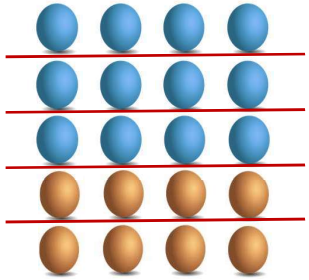
Oder kurz: Berechne $\frac{3}{5}$ von 20.



20 Eier



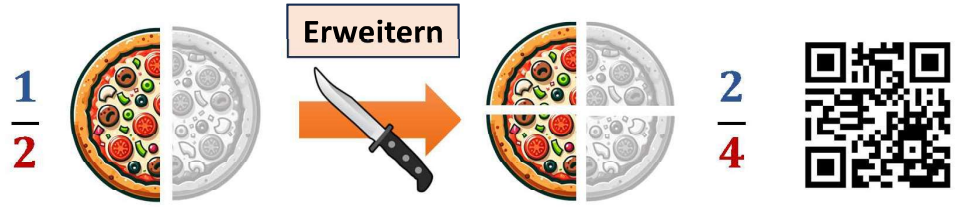
$\frac{1}{5}$ von 20 Eiern sind
20 Eier **:** **5** = **4** Eier



$\frac{3}{5}$ von 20 Eiern sind
3 · **4** Eier = 12 Eier

Zum Berechnen der Anteile als Größenangabe muss die Gesamtmenge **durch den Nenner geteilt** und anschließend **mit dem Zähler multipliziert** werden.

Erweitern und Kürzen



Beim **Durchschneiden** (**Erweitern**) ändert sich die Darstellung des Bruches, aber nicht sein Wert. Es bleibt gleich viel Pizza.

Dreimal so viele Teile genommen

$\frac{1}{2} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{3}{6}$

$\frac{1}{2} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{3}{6}$

Dreimal so viele Teile vorhanden

$\frac{1}{2} \overset{3}{=} \frac{3}{6}$

Beim **Erweitern** werden **Zähler und Nenner** mit **derselben Zahl multipliziert**. Man schreibt dazu die Zahl in klein **über** das Gleichheitszeichen.

Beim **Zusammenkleben** (**Kürzen**) ändert sich die Darstellung des Bruches, aber nicht sein Wert. Es bleibt gleich viel Schokolade.

Ein Drittel so viele Teile genommen

$\frac{3}{6} \xrightarrow{: 3} \frac{1}{2}$

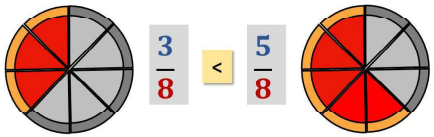
$\frac{3}{6} \xrightarrow{: 3} \frac{1}{2}$

Ein Drittel so viele Teile vorhanden

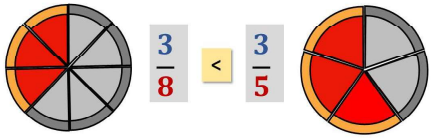
$\frac{3}{6} \overset{3}{=} \frac{1}{2}$

Beim **Kürzen** werden **Zähler und Nenner** durch **dieselbe Zahl dividiert**. Man schreibt dazu die Zahl in klein **unter** das Gleichheitszeichen.

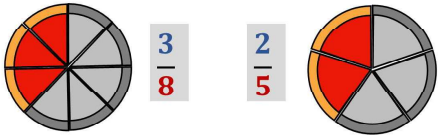
Brüche vergleichen



Haben 2 Brüche **denselben Nenner**, so ist der Bruch **größer**, der den **größeren Zähler** hat.



Haben 2 Brüche **denselben Zähler**, so ist der Bruch **größer**, der den **kleineren Nenner** hat.

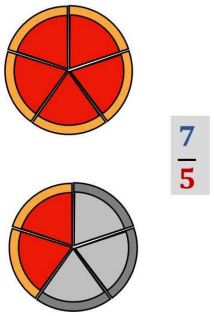


$\frac{3}{8} \overset{5}{=} \frac{15}{40}$ $\quad$ $\frac{2}{5} \overset{8}{=} \frac{16}{40}$

Bei **unterschiedlichen Zählern** und **Nennern** erweitert/kürzt man die Brüche, so dass sie einen **gemeinsamen Nenner** haben.

Um Brüche auf einen **gemeinsamen Nenner** zu bringen, kann man jeweils mit dem **Nenner des anderen Bruchs erweitern**.
Oder man sucht das **kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)** und erweitert beide Brüche passend so, dass im Nenner dann das kleinste gemeinsame Vielfache steht.

Unechte Brüche



Während ein Bruch ein Anteil vom Ganzen ist, handelt es sich bei einem **unechten Bruch** um eine Bruchzahl, bei der der Zähler größer oder gleich dem Nenner ist. Das bedeutet: Der Wert des unechten Bruchs ist größer als oder gleich 1.