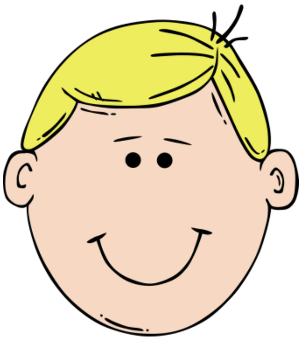
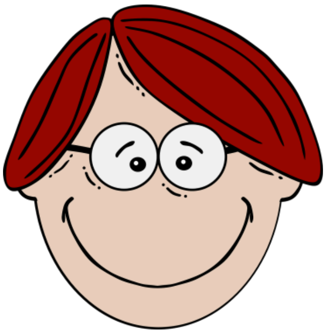
Tim und Tom und die Mathematik
Klasse 8 – Terme



Hallo, ich bin Tom. Ich bin nicht gerade eine Leuchte in Mathematik. Aber das ist gar nicht so schlimm. Ich habe nämlich einen guten Kumpel, den Tim. Der erklärt mir immer alles ganz genau und ausführlich und dann macht es auch bei mir „Klick“. Und dann ist Mathematik auf einmal gar nicht mehr so kompliziert und kann sogar richtig Spaß machen.

Natürlich kann Tim jetzt nicht jedem Einzelnen von Euch helfen. Aber ich habe einfach mal unsere Gespräche aufgeschrieben, so dass ihr damit vielleicht Eure Fragen beantworten könnt. Viel Spaß dabei.



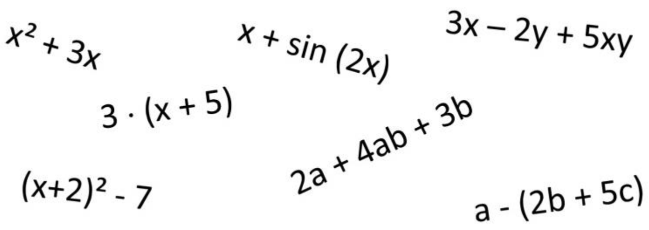
1. Terme und Gleichungen

1.1. Terme und Variablen

Hi Tom. Weißt du wie der perfekte Tag eines Mathematikers aussieht?

Nö. Keine Ahnung.

Morgens **TERME** Abends **THERME**



Das passt prima. Wir haben gerade auch **Terme** durchgenommen, also irgendwelche Rechenausdrücke aus lauter Zahlen, Rechenzeichen und sogar Buchstaben. Ich verstehe aber nur Bahnhof.

Zahlen und Rechenzeichen solltest du mittlerweile kennen und bei diesen Buchstaben spricht man von **Variablen**. So eine Variable ist wie ein schön verpacktes Geschenk. Es steht vor einem auf dem Tisch und es könnte alles Mögliche drin sein: vielleicht ein Ball, ein Computerspiel oder ein spannendes Buch. Aber nicht enttäuscht sein: In den Variablen sind nur Zahlen drin. Da wir vor dem Auspacken nicht wissen, welche Zahl es ist, steht sie als Platzhalter für alle Zahlen.

Schön, dann habe ich jetzt lauter verschiedene Geschenke in meinem Matheheft. Aber Auspacken darf ich sie jetzt nicht, oder?

Leider nein, aber du kannst sie ja mal anfassen und schütteln und hören wie sie rascheln. Vielleicht bekommst du ja einen Hinweis was drin ist.

Jetzt veralberst du mich aber.

Nur ein wenig. Bei echten Geschenken bekommst du durch Anfassen und Schütteln meist schon einen Hinweis darauf, was drin ist. So hast du früher vielleicht schon mal die weichen Geschenke beim Auspacken nach hinten gestellt, weil da Klamotten und keine Spielsachen drin sind. Wenn jetzt in deinem Rechenausdruck zweimal ein „x“ vorkommt, so weißt du zwar immer noch nicht, für welche Zahl die Variable steht, aber du kannst sicher sein, dass es jedes Mal dieselbe Zahl ist.

Und wenn ich ein x und ein y habe? Kann da auch dasselbe drin sein?

Ja, kann. Zwei unterschiedliche Variablen können für verschiedene Zahlen stehen, es können aber auch zufällig die gleichen Zahlen sein.

1.2. Kommutativgesetz

Sieh mal. Jetzt habe ich dir ein paar Variablen auf den Tisch gestellt.

Und was machst du jetzt? Jetzt vertauschst du sie? Was soll das denn?

Kleiner Zaubertrick. Vielleicht werden es so ja mehr.

Ha, ha. Das ist doch immer noch dasselbe. Es bleiben immer vier blaue und drei weiße Geschenke bzw. Variablen.

Sehr gut. Man darf die Reihenfolge in einer Summe (4 blau + 3 weiß) vertauschen. Und die Erlaubnis zum Vertauschen hält man im Vertauschungsgesetz fest. Man nennt es auch **Kommutativgesetz**. Der Name kommt übrigens vom lateinischen „commutare“ für „vertauschen“.

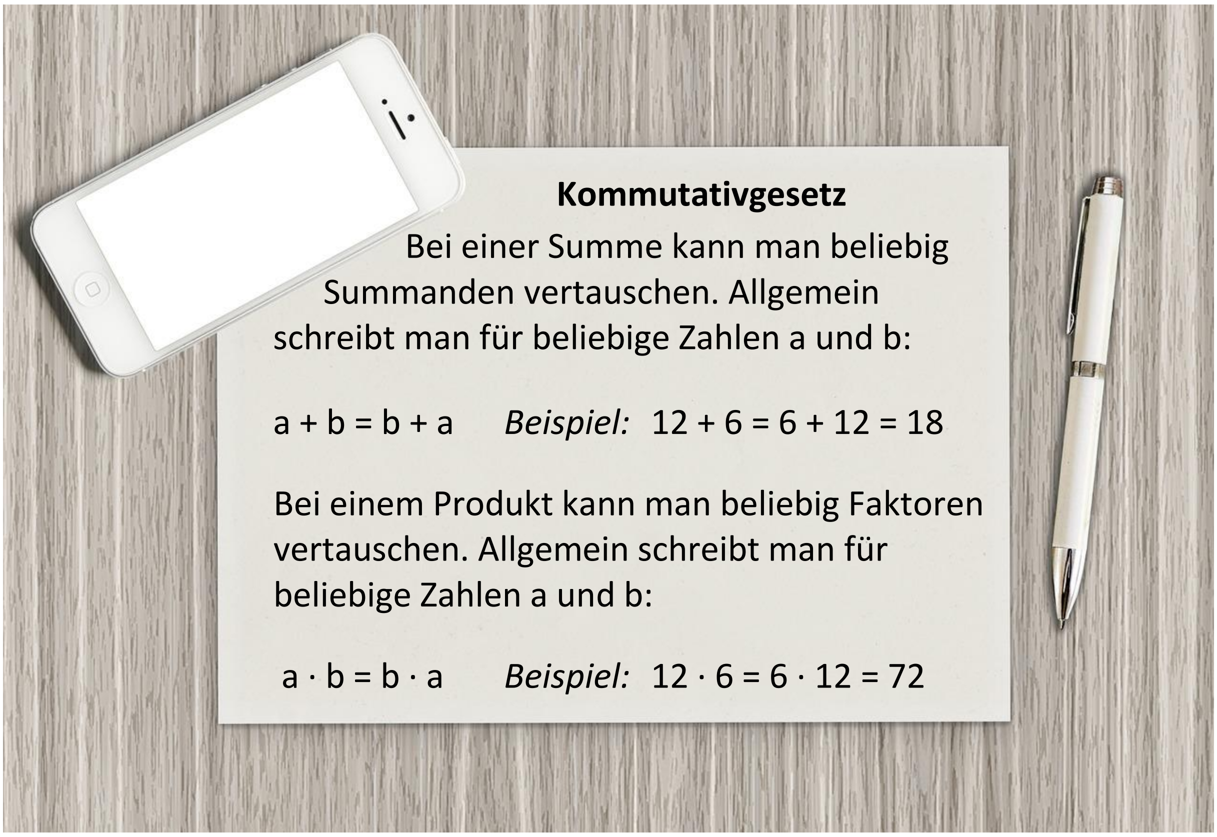
Das kenne ich doch schon. 3 + 5 ist dasselbe wie 5 + 3.

Genau. Für Zahlen hast du das schon gehabt. Und da eine Variable ein Platzhalter für eine Zahl ist, kannst du dir jetzt merken, dass es für Variablen genau so gilt.

Ach ja, soll ich dir das Geld fürs Kino letzte Woche in zwei 5-Euro-Scheinen oder als fünf 2-Euro-Stücke zurückgeben?

Häh? Was hat das denn jetzt hiermit zu tun? Ist mir doch egal, wie du mir das gibst.

Siehst du. Es kommt schon wieder das gleiche raus. Diesmal haben wir aber eine Multiplikation. Klar ist, dass 5·2 dasselbe ist wie 2·5. Du darfst also in einem Produkt die einzelnen Faktoren vertauschen. Auch hier hat man ein Kommutativgesetz, das nicht nur für Zahlen, sondern auch für Variablen gilt.



1.3. Potenzen

Jetzt habe ich in meinen Termen auch ein x^2 gesehen. Ist das auch eine Variable oder was kann ich mir darunter vorstellen?

Das ist auch nicht so schwer. Dass hat etwas damit zu tun, das Mathematiker, wie die meisten Menschen, ein wenig faul sind.

Cool, und ich dachte die wären immer so schlau, weil sie so fleißig alles lernen. Und was ist jetzt so ein x^2?

Gehen wir erst mal einen Schritt zurück. Ich habe hier eine kurze Aufgabe für dich:

$$2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2 =$$

Was soll das denn? Das verliert man doch total den Überblick. Lass mich mal zählen: Dass sind 25 Zweier. 25 mal 2 sind 50. Also kommt 50 raus.

$$2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2 = 25 \cdot 2 = 50$$

Siehst du. Jetzt hast du aus der langen Addition der vielen Zweier einfach eine kurze Multiplikation gemacht und kannst ganz faul einiges an Schreibarbeit ersparen. Das funktioniert sogar mit Variablen. Was ist denn $x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x$?

$$x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x =$$

Äh. Richtig berechnen kann ich das gar nicht – ich habe die Variablen doch noch nicht ausgepackt. Aber kürzer schreiben kann ich das schon. Das sind natürlich 25 Geschenke, also 25 mal x. Also, wenn ich es aufschreibe, dann so: $x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x = 25 \cdot x$

$$x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x = 25 \cdot x$$

Weil es so gut läuft, schauen wir und noch eine Aufgabe an.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$$

Das ist jetzt aber eine Multiplikation. Die kann ich so aber nicht verkürzen. Aber ich rechne es mal schnell mit dem Taschenrechner aus. Das geht relativ fix. Ich muss doch immer nur abwechselnd „2“ und „mal“ tippen. Und das muss ich nur

– lass mich kurz nachzählen – 10 mal hintereinander machen. Das sind dann – 1024.

Auch das kann man kürzer schreiben. Statt $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ schreibt man 2^{10}, weil hier 10 Zweier miteinander multipliziert werden. Das kann der Taschenrechner (x^y-Taste) dann auch wieder in nur einem einzigen Rechenschritt erledigen.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{10} = 1024$$

Jetzt hab ich es verstanden. Ein $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ kann ich auch wieder nicht berechnen, aber ich kann es ebenfalls kürzer schreiben, nämlich x^{10}.

Diese „Hochzahlen“ nennt man übrigens **Potenzen**. Und dann kann man schon eine erste Rechenregel für die Vereinfachung von Termen formulieren:

1.4. Summanden zusammenfassen

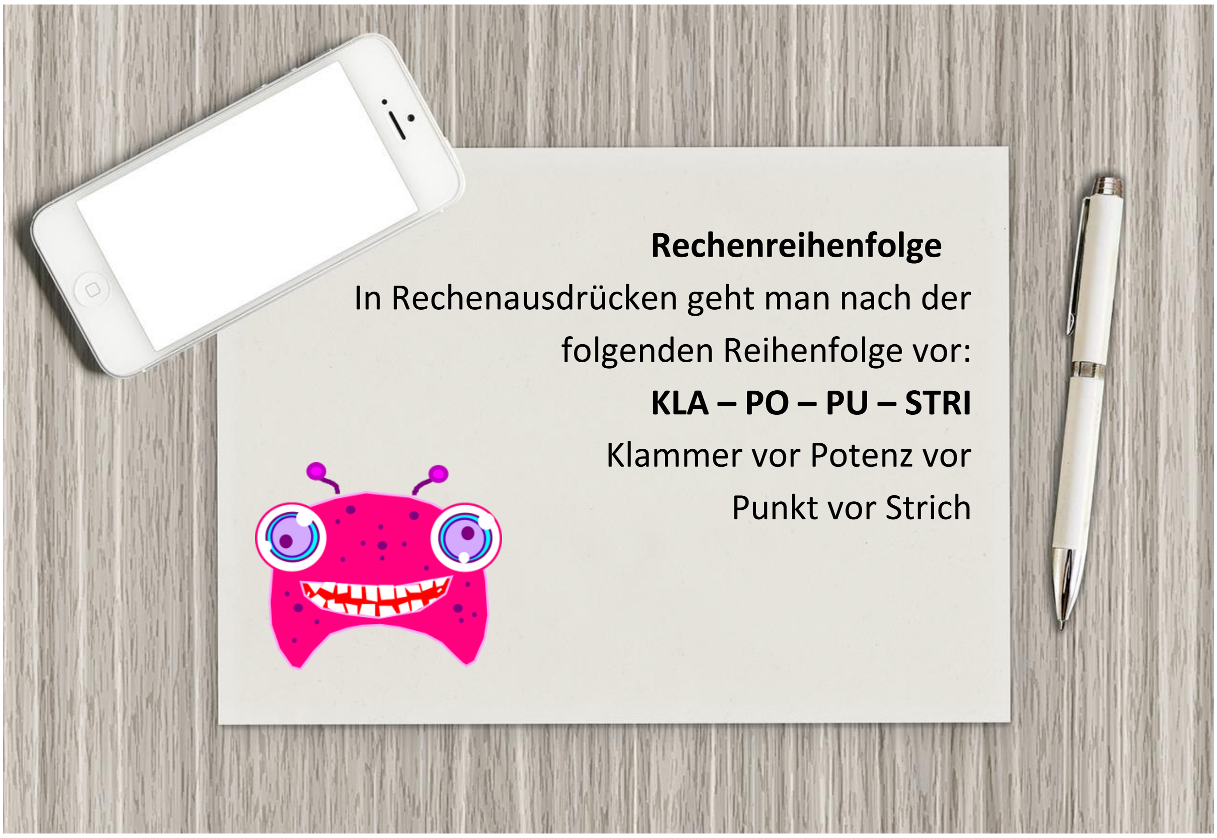
Klasse, Tim. Jetzt kann ich gleiche Faktoren zu Potenzen zusammenfassen, aber bei den Aufgaben im Mathebuch kommen natürlich Plus, Minus und Mal auf einmal vor.

Kommen mehrere Rechenzeichen vor, dann muss man ganz genau aufpassen, in welcher Reihenfolge man vorgehen muss und was man zusammenfassen darf.

Die Reihenfolge kenne ich noch aus der Grundschule: Punkt vor Strich!

Genau. Als Plus und Minus ist man der Looser und kommt als Letztes. Mal und Geteilt sind cooler, aber es geht noch wichtiger. Als erstes muss man sich die Klammern vornehmen, die sind die Chefs. Dann kommen die Potenzen, die du ja eben kennen gelernt hast und danach erst Punkt und Strichrechnung.

Ich nehme die Anfangssilben immer zu einem Wort zusammen und merke mir KLA-PO-PU-STRI.

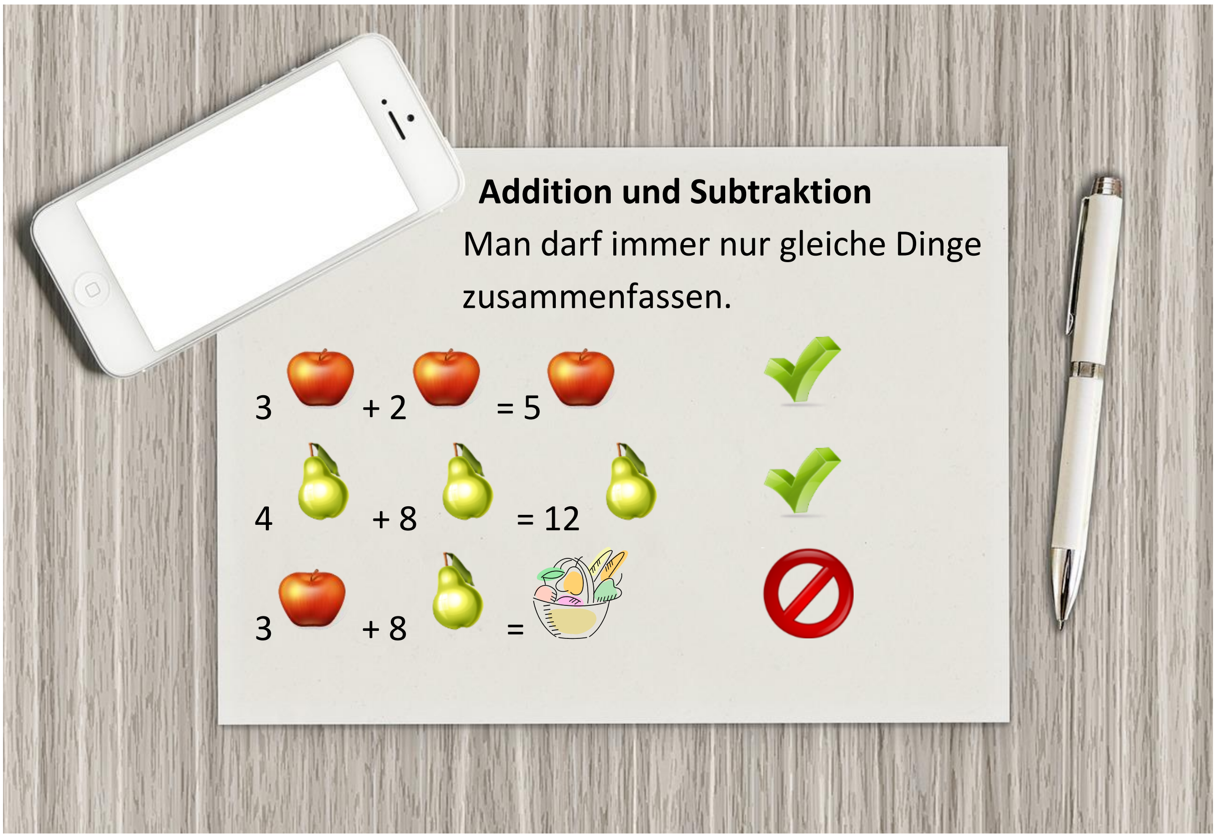


Das kann ich mir auch merken. Hört sich fast an wie ein Tier in Afrika. Ich stelle mir bei einem Klapopustri jetzt ein großes, lustig aussehendes Tier mit pinkem Fell und großen Augen vor. Dann kann ich es nicht mehr vergessen und denke auch in der nächsten Mathearbeit noch dran.

Und wenn ich jetzt alle Klammern, Potenzen und Multiplikationsaufgaben vereinfacht habe, habe ich immer noch ein Problem damit, was ich am Ende noch zusammenfassen darf.

Wie im Alltag auch, kannst du nur gleiche Dinge zusammenfassen. Steht auf deinem Einkaufszettel, dass du drei Äpfel und zwei Birnen mitbringen sollst, kannst du nicht nur 5 Obst draufschreiben.

Stimmt. Dann hat meine Mutter Probleme, wenn sie einen Apfelkuchen backen wollte. Also schreibe ich mir auf, dass ich immer nur gleiche Dinge addieren oder subtrahieren kann.



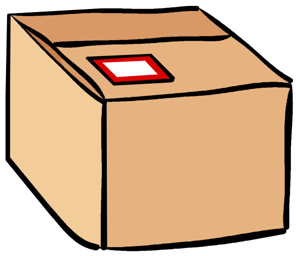
Genau. Ist doch gar nicht so schwer.

Ha, ha, ha. Das weiß doch jedes Kind, dass man Äpfel und Birnen nicht zusammenfassen kann. Ich habe hier aber irgendwelche Ausdrücke wie x^2, xy, x^2y, xy^2 und so weiter.

Das ist auch nicht so viel komplizierter. Und wenn man es einmal verstanden hat, dann ist es genau so leicht wie mit Äpfeln und Birnen.

Wir nehmen uns mal drei Variablen: x, y und z, die für eine bestimmte Länge stehen. Als Beispiel können wir uns jeweils einen entsprechenden Wert dafür denken.
Nehmen wir mal x=5cm, y=10cm und z=20cm an – wie in der Aufgabe da im Mathebuch.

Aufgabe: Es ist x=5cm, y=10cm, z=20cm. Finde den jeweiligen Rechenausdruck.

					
Streichholz	Bleistift	Post-it	Brief	Milch	Paket

Also das Streichholz ist etwa 5cm lang. Da kann ich ein x für schreiben. Und so ein Bleistift ist ca. 20cm lang. Das schreibe ich ein z. Aber so ein Brief ist doch 20cm lang und 10cm hoch. Was nehme ich denn dann? Ein y oder ein z?

Gut erkannt, dass da ein normales y oder z nicht ausreicht. Das liegt daran, dass du jetzt keine Länge mehr hast.

Ach ja, ich habe ja mit dem Brief und dem Post-it eine **Fläche**. Und die berechnet man als
Fläche = Länge · Breite.

Beim Brief habe ich eine Länge von 10cm und eine Breite von 20cm. Dann schreibe ich $y \cdot z$. Und der Post-it ist 10cm lang und breit. Dann kann ich $y \cdot y$ oder kürzer y^2 schreiben.

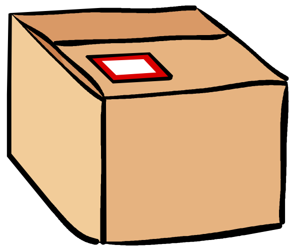
Und die Milch und das Paket schaffst du auch noch.

Die Milchpackung und das Paket sind **Körper** und haben damit drei Dimensionen: Länge, Breite und Höhe. Wenn ich jetzt das Volumen ausrechnen will, muss ich auch wieder multiplizieren:
Volumen = Länge · Breite · Höhe.

Dann ist die Milchpackung 10cm lang, 10cm breit und 20cm hoch. Das ergibt dann ein $y \cdot y \cdot z$ oder $y^2 \cdot z$. Bei dem Paket sind alle Seiten 20cm lang. Das ergibt also ein $z \cdot z \cdot z$ oder z^3.
Ich schreibe mal die ganzen Lösungen an die Aufgabe.

Ach ja, da Mathematiker faul sind, lassen sie sogar die Mal-Punkte zwischen Variablen weg. Die muss man sich denken. Also kannst du statt $y \cdot z$ direkt yz schreiben und statt $y^2 \cdot z$ direkt y^2z.

Aufgabe: Es ist x=5cm, y=10cm, z=20cm. Finde den jeweiligen Rechenausdruck.

					
Streichholz	Bleistift	Post-it	Brief	Milch	Paket
x	Y	y^2	yz	y^2z	z^3

Und mit diesem Wissen kannst du jetzt überlegen, ob du $3x + 4y$ zusammenfassen kannst.

Das sind doch 3 Streichhölzer und 4 Bleistifte. Das geht nicht.

Prima. Und $2y^2 + 3y^2z$?

Geht auch nicht. Das sind doch 2 Post-ist und 3 Milchtüten.

Und $4yz + 5yz$?

Das sind 4 Briefe und nochmal 5 Briefe. Das geht. Also: $4yz + 5yz = 9yz$

Siehst du? Ist doch genau so einfach wie mit Äpfeln und Birnen.

Stimmt.

Eine kleine, gemeine Frage habe ich aber noch. Was ist denn $3\ y^2z + 4\ yzy$?

Die y^2z war die Milchpackung, aber die yzy hatten wir noch nicht. Das ist also was anderes. Dann kann man es nicht zusammenfassen.

Wie sähe denn so ein Körper mit dem Volumen yzy aus?

Naja, der ist dann y lang, z breit und y hoch. Also 10cm lang, 20cm breit und 10cm hoch.

Eine Idee, was das sein könnte?

Nee. Da fällt mir nichts Passendes ein.

Schau mal hier.

Ups. Das ist je eine liegende Milchpackung. 10cm lang, 20cm breit und 10cm hoch. Stimmt. Dann kann ich die ja doch zusammenfassen. Das hätte ich aber bei den y^2z und yzy nicht bemerkt.

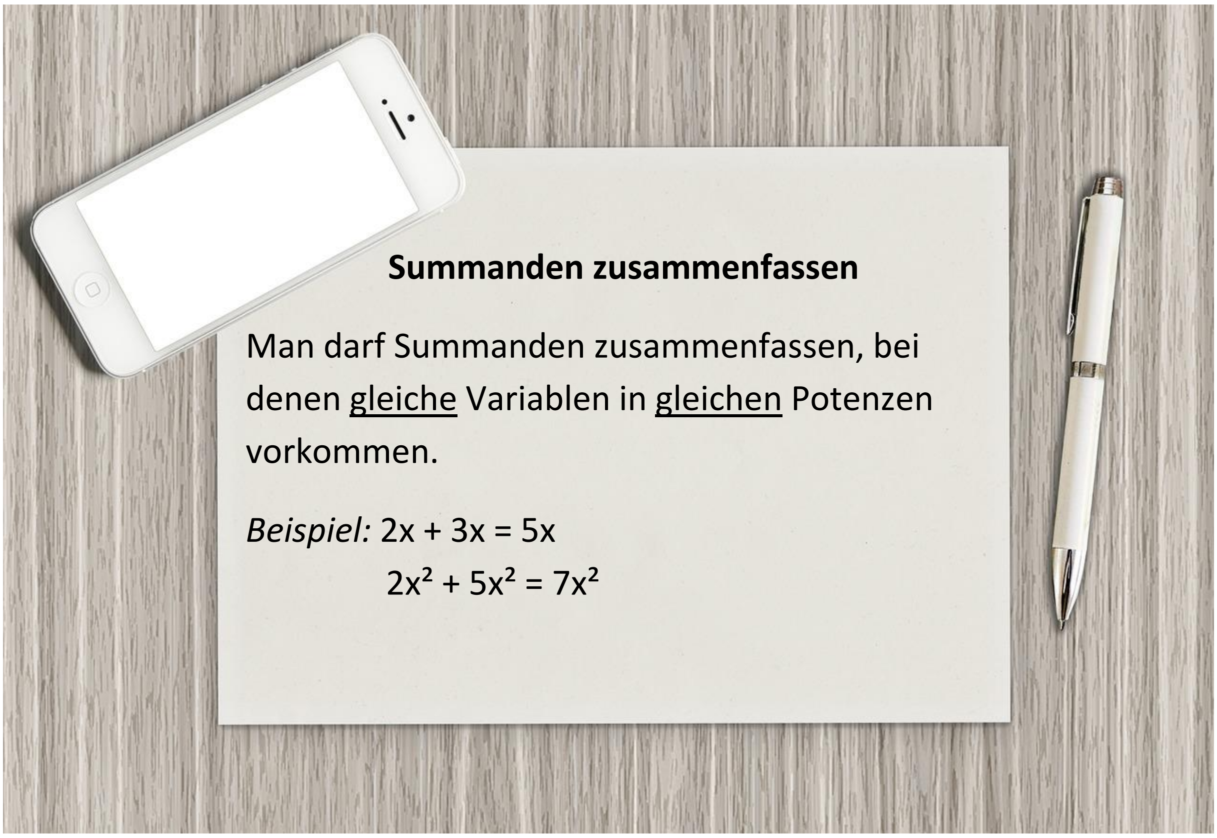
Und wenn du dich an das Kommutativgesetz erinnerst?

Hey, dann kann ich beim yzy das hintere y mit dem z vertauschen und dann habe ich ein yyz. Und wenn ich die yy zu einem y^2 vereinfache, habe ich mein y^2z, also meine Milchtüte. Und dann weiß ich, dass ich dann die Milchtüten zusammenfassen kann.

Und am besten vertauscht man in jedem Rechenausdruck die Variablen so, dass sie in alphabetischer Reihenfolge stehen. Dann kann man am schnellsten erkennen, was man zusammenfassen darf.

Jetzt kann ich auch deine Aufgabe von eben beantworten: 3 Milchtüten und 4 liegende Milchtüten sind natürlich zusammen 7 Milchtüten. Oder mathematisch: $3\,y^2z + 4\,yzy = 3y^2z + 4y^2z = 7y^2z$

Perfekt. Und für das Mathe-Heft kann man alles, was du dir eben selbst hergeleitet hast, wie folgt aufschreiben.



Ich kann dir das Vorgehen auch nochmal als „Kochrezept“ aufschreiben. Dann weißt du, wie du Schritt für Schritt vorgehen musst.

Vorgehen für das Vereinfachen von Termen

$$3\,yxy + 4\,xy + 5\,y^2x + 7x^2y + 2\,yx$$

1. Suche nach den Rechenzeichen Plus und Minus, da diese als letztes zu rechnen sind. Betrachte die Terme dazwischen.

$$= \quad 3\,xy^2 + 4\,xy + 5\,y^2x + 7x^2y + 2\,yx$$

2. Sortiere in den einzelnen Summanden die Variablen alphabetisch (Kommutativgesetz). Fasse dabei gleiche Variablen zu Potenzen zusammen. Finde anschließend gleiche Summanden.

$$= \quad 3\,xy^2 + 4\,xy + 5\,xy^2 + 7x^2y + 2\,xy$$

3. Sortiere die passenden Summanden (Kommutativgesetz)

$$= \quad 3\,xy^2 + 5\,xy^2 + 4\,xy + 2\,xy + 7x^2y$$

4. Fasse gleiche Summanden zusammen

$$= \quad 8\,xy^2 + 6\,xy + 7x^2y$$

1.5. Klammerregeln

HIER WIRD NOCH WEITERGEARBEITET !

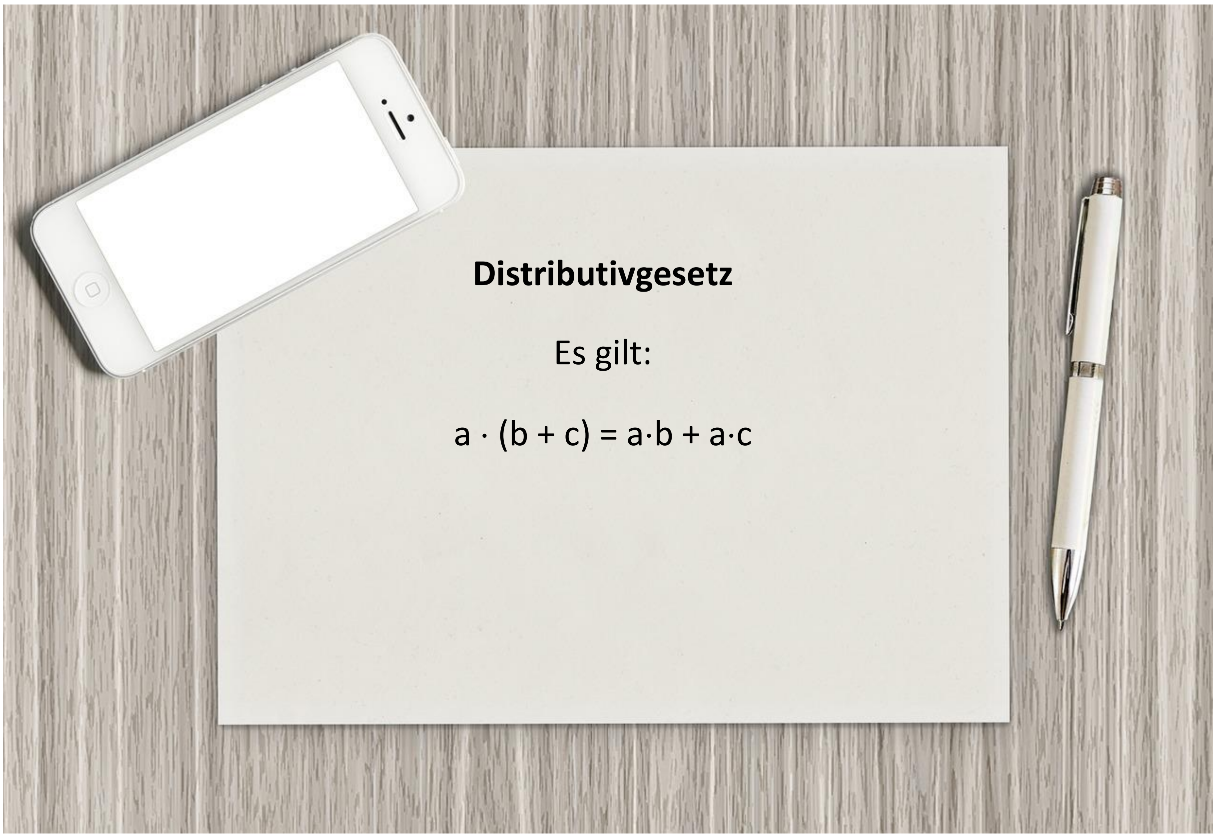
1.6. Multiplizieren von Summen

Hier in meiner Aufgabe habe ich noch einen Term mit Klammer und gleichzeitig noch eine Multiplikation davor.

$$a \cdot (b + c)$$

Schön, wenn der Mathelehrer die vielen Klammern mag, aber die kann ich doch gar nicht zuerst ausrechnen. Ich weiß doch mittlerweile, dass ich die b und c gar nicht addieren kann. Also lasse ich den Term so stehen, oder?

Auch wenn du ihn nicht ausrechnen kannst, so kannst du ihn vielleicht doch noch etwas vereinfachen. Dafür kann man das Distributivgesetz verwenden.



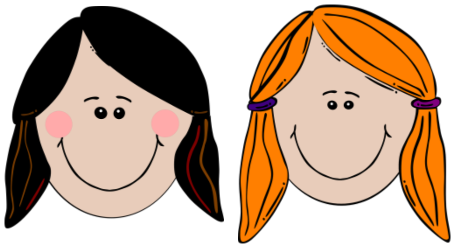
Da hast du jetzt aber einen Fehler gemacht. Da ist rechts ein „a“ zu viel. Links ist nämlich nur ein „a“ und auf der rechten Seite sind es zwei.

Doch, das ist richtig.

Hä? Und wo kommt das zweite „a“ her?

Das kann ich dir am besten im Kino erklären.

Au ja. Da ist doch so ein neuer Action-Film angelaufen. Dann machen wir uns einen schönen Kinotag mit Film und Popcorn. Und Steffi und Jule fragen wir am besten auch noch.



Stellt sich nur die Frage, ob wir in das Kino in der Stadt gehen oder ins Kinocenter im Industriegebiet.

Ist mir eigentlich egal. Und preislich macht es auch keinen Unterschied.

Aber einen kleinen Unterschied beim Bezahlen gibt es in den beiden Kinos. Schauen wir uns mal das Kino in der Stadt an. Da gibt es an der Kasse gleich ein Kombipaket aus Kinoticket und Popcorn. Wenn wir zu viert hingehen macht das…

Stopp. Lass es mich mal mathematisch hinschreiben: 4 · (Ticket + Popcorn)

Genau. Die Klammer muss hin, weil die Kasse ja zuerst das Ticket und das Popcorn als Kombipaket zusammenfasst.

Und im Kinocenter kaufe ich an der ersten Kasse die 4 Tickets und anschließend an der Theke die 4 Popcorn. Das sind also: 4 · Ticket + 4 · Popcorn

Genau. Und da wir jedes Mal dasselbe bezahlen, sind die beiden Terme auch gleichwertig.

4 · (Ticket + Popcorn) = 4 · Ticket + 4 · Popcorn

=

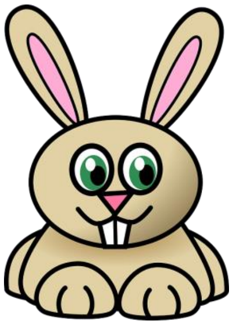
+

Da taucht die 4 jetzt auch zweimal rechts auf.

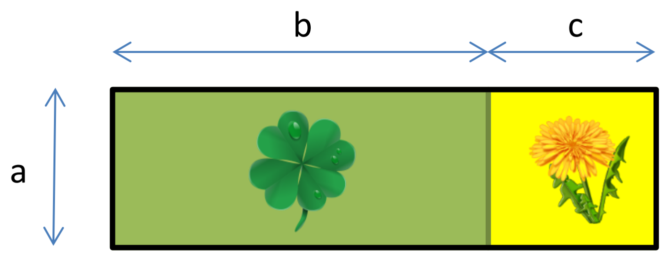
Ist doch auch logisch. Sonst hätten wir ja 4 Kinotickets aber nur einmal Popcorn. Das hätte nur Streit gegeben. Vor allem, wenn die Mädchen süßes und ich salziges Popcorn haben möchte.

Und wenn wir jetzt statt zu viert mit einer beliebigen Zahl an Kumpels ins Kino gehen, können wir die 4 durch eine Variable ersetzen, zum Beispiel ein „a“. Und für den Ticketpreis und den Popcornpreis können wir auch eine Variable einführen, in unserem Fall ein „b“ und ein „c“ und schon steht da dein Distributivgesetz. Der Name kommt übrigens aus dem lateinischen und kann als Verteilungsgesetz übersetzt werden.

Also sagt es mir, dass es egal ist, auf wie viele Kassen mein Kinoeinkauf verteilt wird.



So ungefähr. Zur Kontrolle schauen wir uns das Gesetz jetzt noch mal an deinem Hasengehege an. Schauen wir doch mal, wie viel Platz dein Hase hat. Ich habe mal ein paar Strecken abgemessen, aber da wir unser Gesetz ja ganz allgemein für alle Hasengehege zeigen wollen, schreibe ich statt der Zahlenwerte wieder Variablen dran. Und jetzt schauen wir mal, wie viel Platz dein Hase hat.

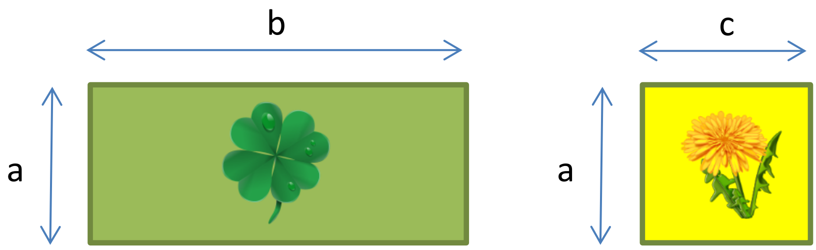


Ich glaube ich weiß, wie es funktioniert. Wenn ich die Fläche für das Hasengehege ausrechnen will, kann ich das auf zwei Arten machen.

Als erstes kann ich mir das gesamte Gehege mit dem schwarzen Zaun anschauen. Der Flächeninhalt eines Rechtecks ist die Länge mal die Breite. Die Länge ist „a“ und die Breite ist „b + c“. Dann kann man die Fläche für den Hasen somit als $a \cdot (b+c)$ angeben.

Und wie kannst du die Fläche noch „verteilen“?

Ich schaue mir die beiden Einzelrechtecke an. Links das mit dem grünen Klee und rechts das mit dem gelben Löwenzahn.



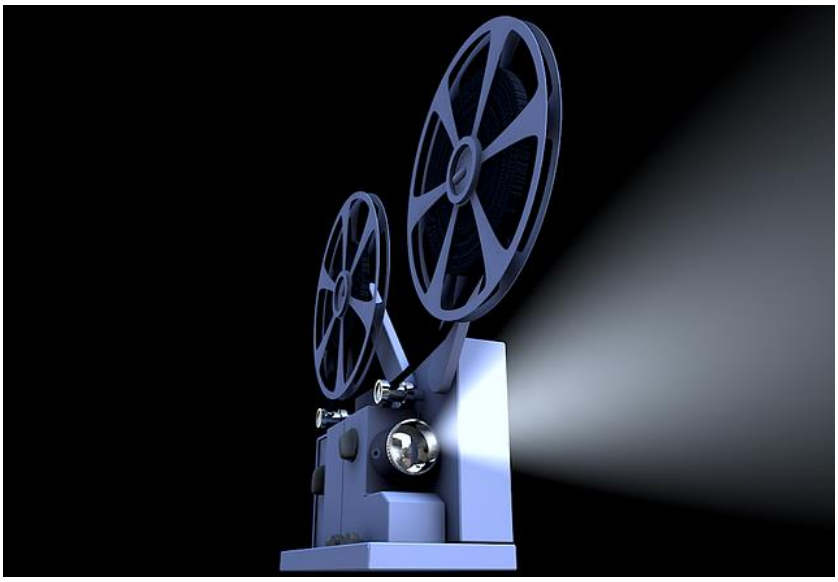
Das linke berechne ich als $a \cdot b$, das rechte als $a \cdot c$. Wenn ich jetzt die beiden Flächen zusammen nehme, habe ich auch die Gesamtfläche, also $a \cdot b + a \cdot c$.

Da die Gesamtfläche gleich ist, kann ich jetzt also wieder das Distributivgesetz herleiten:

Gesamtfläche = Fläche Klee + Fläche Löwenzahn

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Prima. Ich glaube wir können jetzt die Mathesachen in die Ecke legen und uns ins Kino aufmachen.



1.7. Multiplizieren von Summen mit Summen

Ich dachte eigentlich, dass es langsam nicht mehr komplizierter geht, aber in der Sternchen-Aufgabe habe ich eine Multiplikation von zwei Klammertermen miteinander. Hier, schau mal.

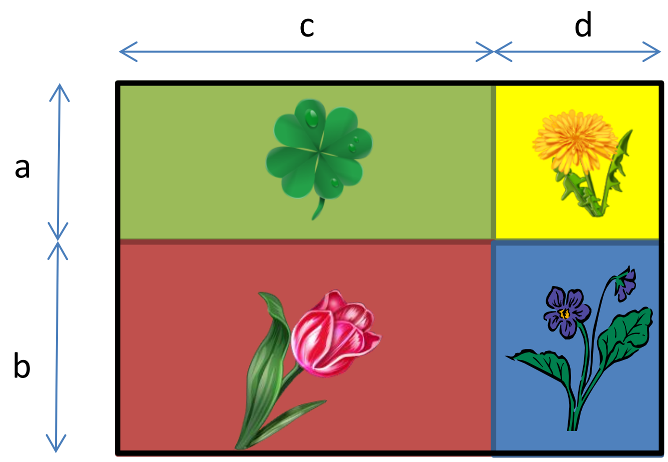
$$(a + b) \cdot (c + d)$$

Brauche ich da jetzt schon wieder irgendwelche Hasen oder Kinofilme?

Am einfachsten ist es, wenn man wieder das Hasengehege nimmt. Gehen wir mal davon aus, dass dein Hase ein wenig verwöhnt ist und Klee und Löwenzahn ihm nicht ausreichen.

Ist ja auch nachvollziehbar. Ich kann auch nicht nur abwechselnd von Döner und Hamburger leben.

Genau. Pizza und Pommes kämen ja sonst zu kurz.
Wir erweitern dein Hasengehege einfach mal um einen Bereich mit roten Tulpen und einen mit blauen Veilchen. Und die Längenangaben habe ich dir mal wieder mit Variablen bezeichnet, so dass es auch für andere Hasenkäfige gilt.



Dann habe ich jetzt wieder einmal die Gesamtfläche und schaue mir den schwarzen Zaun an. Der ist „a+b“ lang und „b+c“ breit. Für die Fläche habe ich also genau mein Produkt aus den beiden Klammertermen:

$$(a + b) \cdot (c + d)$$

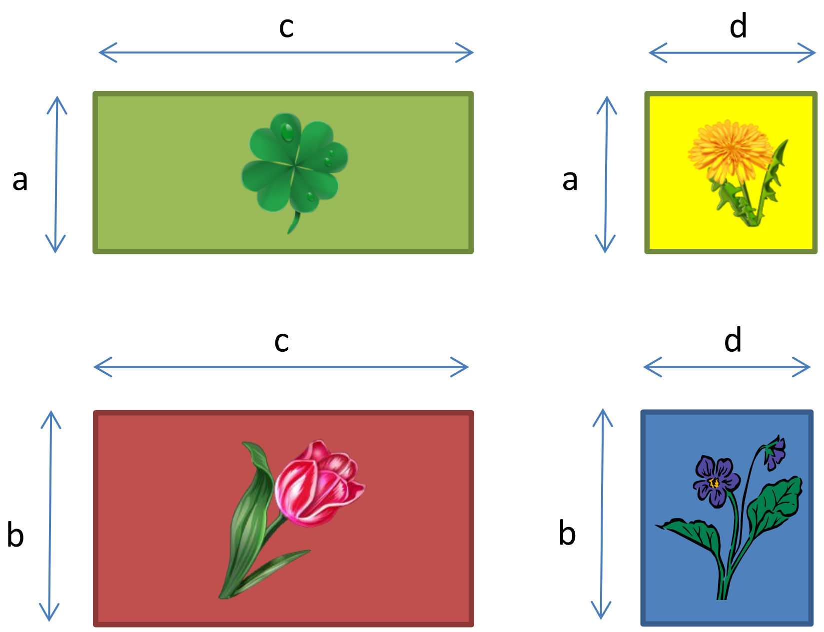
Und wenn du jetzt wieder die Einzelflächen berechnest und diese anschließend zusammenzählst, dann kommt wieder ein gleichwertiger Term für die Gesamtfläche raus.

Jetzt habe ich aber sogar 4 Einzelflächen. Das hätte ich bei dem Ausgangsterm gar nicht erwartet.

Das geht vielen Schülern so. Da werden schnell mal ein oder zwei Teilflächen vergessen.

Und dann ist der Hase hungrig und unglücklich. Aber damit ich nicht zu sehr vom Thema ablenke, schaue ich mir jetzt mal die Einzelflächen an.

Da habe ich den grünen Klee. Die Fläche ist logischerweise a·c, oder nur ac, wenn ich den Malpunkt weglasse. Dann haben wir wieder den Löwenzahn mit ad, die roten Tulpen mit bc und die Veilchen mit bd.

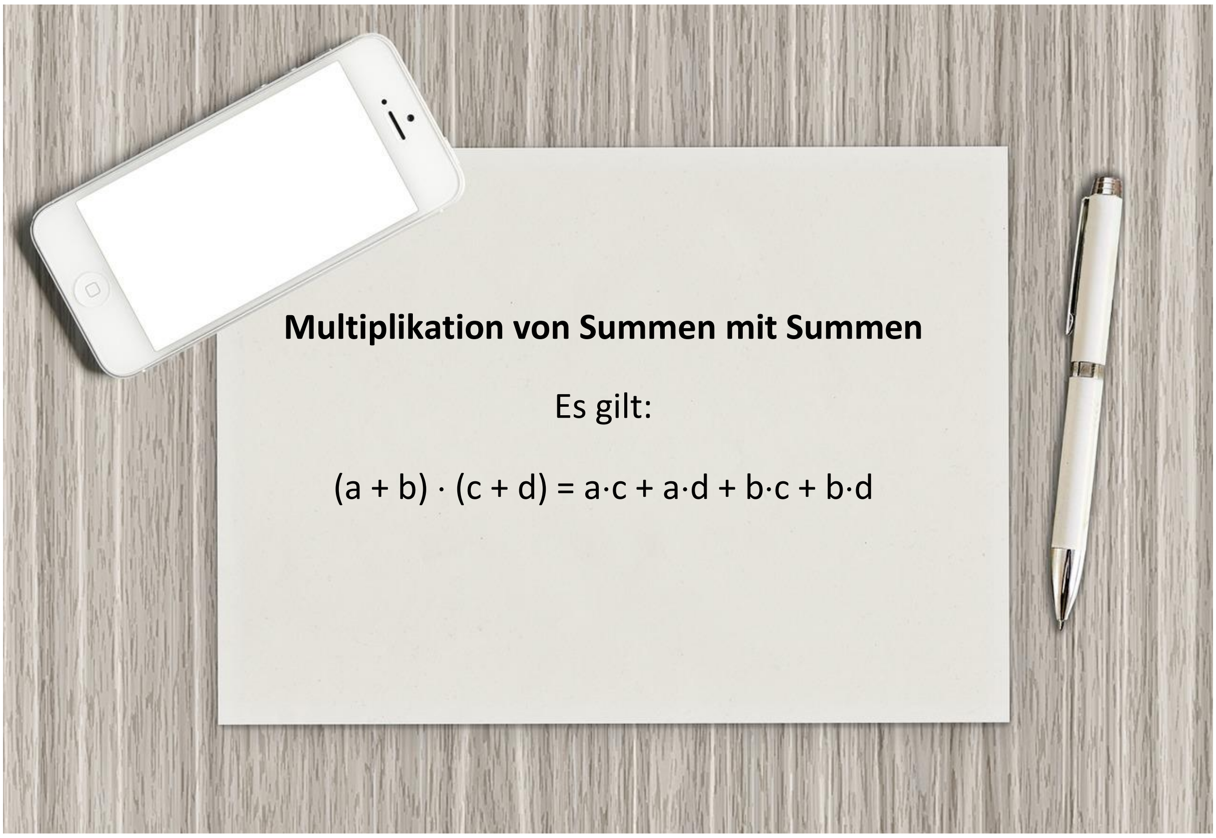


Dann kann ich also wieder eine Gleichung aufschreiben.

Gesamtfläche = Fläche Klee + Fläche Löwenzahn + Fläche Tulpen + Fläche Veilchen

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Dann schreibst du dir das Ganze am besten noch mal übersichtlich ins Matheheft.



Und die vielen Buchstaben soll ich mir dann in der richtigen Reihenfolge merken. Ich bin mir nicht sicher, dass ich das nicht durcheinander bringe.

Das Wichtigste ist, dass du nicht vergisst, dass am Ende vier Summanden rauskommen müssen. Denke einfach an die verschiedenen Blumen für deinen Hase. Für die einzelnen Summanden nimmst du dann den ersten Wert der ersten Klammer mit dem ersten Wert der zweiten Klammer mal, dann ersten mit zweitem, dann zweitem mit erstem und schließlich zweitem mit zweitem. Das nennt man Ausmultiplizieren.

Es gilt: $(a + b) \cdot (c + d) = a{\cdot}c + a{\cdot}d + b{\cdot}c + b{\cdot}d$

Ok. Das sollte ich hinbekommen.

Und wenn du jetzt mal ein Minus in einer oder beiden Klammern hast, funktioniert das mit dem Ausmultiplizieren genauso. Du musst nur jeweils die Vorzeichen beim Multiplizieren beachten.

Dann versuche ich es mal für $(a + b) \cdot (c - d)$. Dann habe ich ein Minus vor dem d und das muss dann auch in jedem Produkt auftauchen, in dem das d vorkommt, also $(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$

Und bei $(a - b) \cdot (c - d)$ habe ich das Minus vor dem b und dem d. Dann gibt es bei ad wieder ein Minus, genauso wie beim bc. Und da Minus mal Minus gleich Plus ist, kommt dann beim bd wieder ein Plus hin. Also $(a - b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c + b \cdot d$

Ich glaube jetzt hast du alles Wichtige über die Terme gelernt.

1.8. Die binomischen Formeln

Eine Sache fehlt am Ende aber noch. Der Lehrer hat uns noch drei binomische Formeln aufgeschrieben, die wir auswendig lernen sollen.

Die Terme der binomischen Formeln hättest du auch mit deinem bisherigen Wissen vereinfachen können. Ich zeige es dir. Nehmen wir die erste binomische Formel. Die gibt einem an, wie man den Term $(a+b)^2$ noch schreiben kann. Als erstes musst du dich aber daran erinnern, was das $(a+b)^2$ bedeutet.

Das ist nicht so schwer. $(a+b)^2$ heißt, dass die Klammer mit sich selbst mal genommen wird. Also $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b)$.

Und wie du so ein Produkt aus zwei Klammern berechnest, haben wir uns doch gerade angeschaut. Jetzt haben wir aber einen ganz besonderen Fall. Statt einem c und einem d kommt hier in der zweiten Klammer nochmal das a und das b vor. Versuch's mal.

$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b$

Und das war's dann?

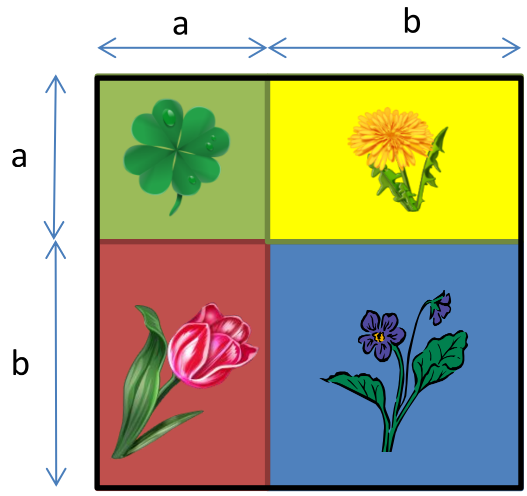
Ne. Statt $a \cdot a$ schreibe ich a^2 und statt $b \cdot b$ ein b^2. Und ich weiß noch, dass $a \cdot b$ und $b \cdot a$ dasselbe ist, brauche ich sie ja nicht einzeln aufzuschreiben, sondern kann sie als zwei $a \cdot b$ zusammenfassen. Das ergibt: $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a^2 + 2\, a \cdot b + b^2$

Und dann steht da deine binomische Formel. Und da man nicht jedes Mal den Zwischenschritt mit der Umformung machen will, lernt man die Formel einmal auswendig, um zu wissen, was ganz am Ende rauskommt.

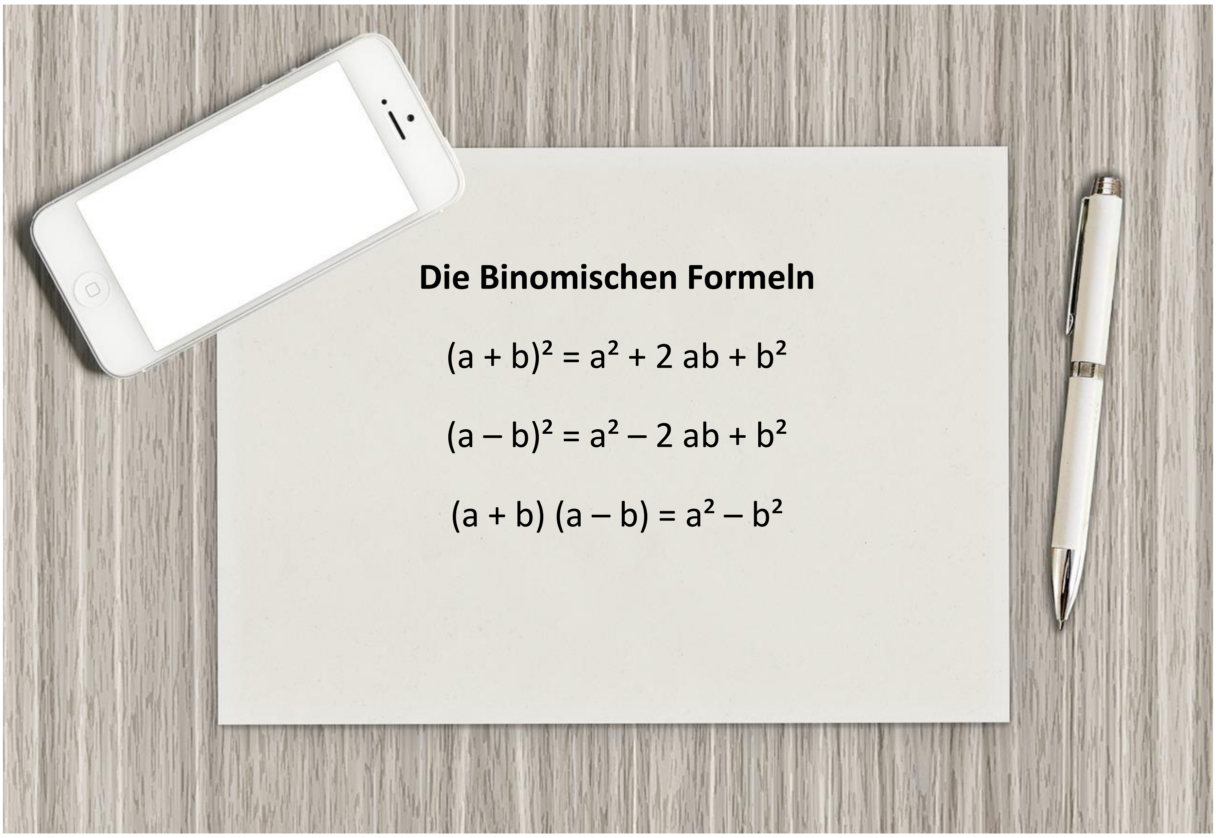
Ach, so einfach ist das?

Ja. Ich kann dir die Formel auch nochmal an deinem Hasenkäfig zeigen. Hier sind beide Seiten a+b lang. Schau dir jetzt mal die einzelnen Felder an.

Da habe ich zwei quadratische Felder. Das eine ist a^2 groß und das andere b^2. Und dann habe ich noch die anderen beiden Felder, die aber beide gleich groß sind. Die haben eine Fläche von $a \cdot b$. Also kann ich für die Gesamtfläche statt $(a+b)^2$ auch $a^2 + 2a \cdot b + b^2$ schreiben und habe wieder meine binomische Formel.



Und so kannst du dir die zweite und dritte binomische Formel auch wieder selbst herleiten, wenn du sie mal vergessen hast, oder du schreibst sie nochmal ordentlich auf und lernst sie auswendig. Wichtig ist, dass du bei der ersten und zweiten Formel die beiden ab-Flächen nicht vergisst. Aber jetzt weißt du ja auch, wo sie herkommen. Und bei der dritten binomischen Formel kommt das ab einmal positiv und einmal negativ vor, so dass es dann rausfällt. Das ist dann die coolste Formel, weil das Ergebnis so schön kurz ist.



Nachdem ich jetzt weiß, was dahinter steckt, fällt mir das Auswendiglernen auch gleich leichter.

Mein Mathelehrer hat und die Binomischen Formel sogar mal in Gedichtform vorgetragen. Vielleicht hilft dir das auch noch beim Lernen.

Die binomischen Formeln

Nimmst du a + b hoch 2,

so ist das keine Hexerei,

gibt a^2 + 2ab

+ b^2, so ist's ok.

a – b auch zum Quadrat,

die Lösung hast du schnell parat.

Mit a^2 fängt's hier auch an,

doch kommt ein Minuszeichen dann,

genauer: -2ab

+ b^2, geschafft. Juchhe!

Und dann gibt's noch ´nen dritten Term,

den habe ich besonders gern,

zwar fängt er vorne länger an

doch kommt ´ne kurze Lösung dann:

Man braucht nicht zu jammern,

stehen da zwei Klammern,

eine Minus, eine Plus,

die löst man mit Genuss.

Mit a^2 beginnt man fix

und dann ein Minus, sonst wird's nix,

ein b^2, so ist es fein,

das soll's dann schon gewesen sein.