

Terme vereinfachen

Produkte vereinfachen

Innerhalb von Produkten gilt das Kommutativgesetz: Man kann also einzelne Faktoren umsortieren. Dann stellt man als erstes alle Zahlen nach vorne und anschließend alle Variablen in alphabetischer Reihenfolge. Nun kann man das Produkt aus den einzelnen Zahlen bilden und die Variablen, wenn sie mehrfach vorkommen, zu Potenzen zusammenfassen.

$$\begin{aligned} & 3x \cdot y \cdot 2x \cdot 2 \cdot x \cdot 4y \\ &= 3 \cdot x \cdot y \cdot 2 \cdot x \cdot 2 \cdot x \cdot 4 \cdot y \\ \text{Sortieren} &= 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \underbrace{x \cdot x \cdot x}_{x^3} \cdot \underbrace{y \cdot y}_{y^2} \\ \text{Zusammenfassen} &= 48 \cdot x^3 \cdot y^2 \\ &= 48 x^3 y^2 \end{aligned}$$



Addition

Findet man eine Summe zum Vereinfachen vor, so ist es wichtig, dass man nur Summanden zusammenfasst, die **gleichartig** sind. Und das gilt immer - egal ob da Obst vorliegt oder Variablen.

$$\begin{array}{lclclclclcl} 3 \text{ 🍏} & + & 4 \text{ 🍏} & = & 7 \text{ 🍏} & 3x & + & 4x & = & 7x \\ 2 \text{ 🍐} & + & 6 \text{ 🍐} & = & 8 \text{ 🍐} & 2y & + & 6y & = & 8y \\ 5 \text{ 🍏} & + & 2 \text{ 🍐} & = & \text{⊘} & 5x & + & 2y & = & \text{⊘} \end{array}$$

Aber was ist denn **gleichartig**, wenn wir $3x + 4y + 2x^2 + 3yx + 4xy$ vereinfachen wollen?

Stellen wir uns eine Variable als unbekannte Länge vor. Dann entspricht x beispielsweise einem Streichholz und y einem Kugelschreiber x^2 ist dann ein Produkt aus zwei Längen – es handelt sich somit um eine Fläche mit Seitenlängen x . In diesem Falle könnte es eine Briefmarke sein. yx ist auch ein Produkt zweier Längen und somit auch eine Fläche. Diese hat die Länge y und die Breite x . Bei xy haben wir dafür die Länge x und die Breite y . In beiden Fällen handelt es sich um eine Fläche, zum Beispiel einen Schülerausweis.

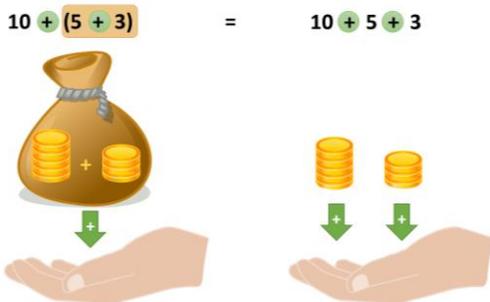


$$3x + 4y + 2x^2 + 3yx + 4xy = ?$$

Und klar ist, dass man Streichhölzer, Kulis und Briefmarken nicht zusammenfassen kann.
 Nur die 3 Schülersausweise (3yx) und die 4 Schülersausweise (4xy) lassen sich zu
 7 Schülersausweisen (7xy) zusammenfassen.
 $3x + 4y + 2x^2 + 3yx + 4xy = 3x + 4y + 2x^2 + 7xy$

Klammerregeln

Steht ein **Plus** vor der Klammer, so kann man die Klammer einfach **weglassen**. Es ist im Beispiel egal, ob man 5 + 3 € **zusammen** bekommt oder erst 5 € und dann 3 € in die Hand gedrückt bekommt. In der Klammer mögliche Plus-Zeichen am Beginn der Klammer ergänzen und dann die Klammer inklusive dem Plus-Zeichen weglassen.

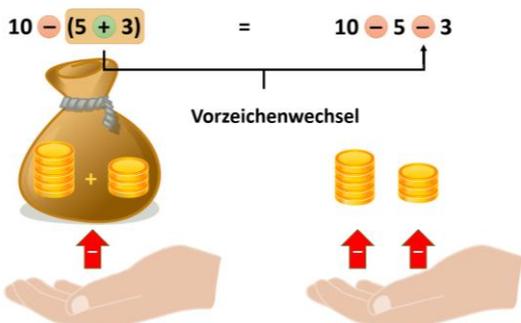


$$\begin{aligned} a + (b + c) \\ = a + (+b + c) \\ = a + (+b + c) \\ = a + b + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + (b - c) \\ = a + (+b - c) \\ = a + (+b - c) \\ = a + b - c \end{aligned}$$

Plus-Klammer:
Man kann die Klammer weglassen

Steht ein **Minus** vor der Klammer, so muss man, wenn man die Klammer weglassen will, die **Vorzeichen innerhalb der Klammer umdrehen**. Statt 5 + 3 € **zusammen** abzugeben kann man erst 5 € und dann 3 € abgeben. In der Klammer mögliche Plus-Zeichen am Beginn der Klammer ergänzen. Dann die Klammer inklusive dem Minus-Zeichen weglassen und dabei **sämtliche Vorzeichen** in der Klammer **wechseln**.



$$\begin{aligned} a - (b + c) \\ = a - (+b + c) \\ = a - (+b + c) \\ = a - b - c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - (b - c) \\ = a - (+b - c) \\ = a - (+b - c) \\ = a - b + c \end{aligned}$$

Minus-Klammer: Das Vorzeichen in der Klammer wechseln, wenn man die Klammer weglässt.

Multiplizieren mit Summen

Egal, ob du **4-mal** das **Paket** aus Ticket oder Popcorn nimmst oder ob du einzeln **4 Tickets** und dann **4 Tüten Popcorn** kaufst. Daher sind die beiden folgenden Terme gleichwertig.



$$4 \cdot (\text{Ticket} + \text{Popcorn}) = 4 \cdot \text{Ticket} + 4 \cdot \text{Popcorn}$$



Man kann den Zusammenhang als **Distributivgesetz** verallgemeinern zu

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Immer wenn du ein Mal-Zeichen vor der Klammer entdeckst, musst du so vorgehen und den Faktor vor der Klammer **mit jedem Summanden** in der Klammer multiplizieren.

Kompliziertere Terme

Wichtig bei komplizierteren Termen ist es, niemals die Rechenreihenfolge zu vergessen.

Kümmere dich **anfangs um alles außer Strichrechnung**.



Rechenreihenfolge

KLAMMER

POTENZ

PUNKT

STRICH



Hier werden **die Teile zwischen der Strichrechnung** vereinfacht. Erst mal werden Produkte zusammengefasst und das Distributivgesetz angewendet. Danach erfolgt die Anwendung der Klammerregeln. Jetzt gleichartige Summanden inklusive ihrem Vorzeichen markieren, umsortieren und zusammenfassen.

Vereinfache den folgenden Term:

$$3 \cdot 4 \cdot a + 2 \cdot (a + 4) + a \cdot (3a + 5) + (2a - 3) - (a + 7) + 5a^2$$

$$3 \cdot 4 \cdot a + 2 \cdot (a + 4) + a \cdot (3a + 5) + (2a - 3) - (a + 7) + 5a^2$$

$$= 12 \cdot a + 2 \cdot a + 2 \cdot 4 + a \cdot 3a + a \cdot 5 + (2a - 3) - (a + 7) + 5a^2$$

$$= 12a + 2a + 8 + 3a^2 + 5a + 2a - 3 - a - 7 + 5a^2$$

$$= 12a + 2a + 8 + 3a^2 + 5a + 2a - 3 - a - 7 + 5a^2$$

$$= 12a + 2a + 5a + 2a - a + 3a^2 + 5a^2 + 8 - 3 - 7$$

$$= 20a + 8a^2 - 2$$

KLA-PO-PU-STRI
Klammer vor Potenz
vor Punkt vor Strich

A

Produkte zu Potenzen zusammenfassen
 $2 \cdot 3 \cdot a \cdot a = 6a^2$

B

Distributivgesetz
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
 $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

C

Klammerregeln
 $a + (b + c) = a + b + c$
 $a + (b - c) = a + b - c$
 $a - (b + c) = a - b - c$
 $a - (b - c) = a - b + c$