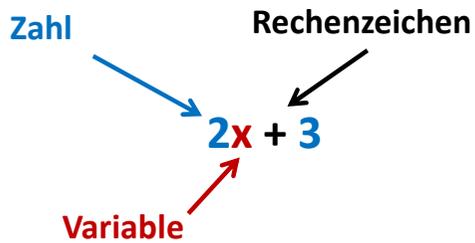


Terme & Termumformungen



Ein **Term** ist ein Ausdruck aus Zahlen, Rechenzeichen und Variablen (Platzhaltern).

Eine Variable ist vergleichbar mit einem Paket. Du weißt nicht genau, welche Zahl drin ist.



$$2x + 3 + 5x$$

Gleiche Zahl

Kommt eine Variable mehrfach in einem Term vor, so steht sie als Platzhalter immer für dieselbe Zahl.

Produkte vereinfachen

Innerhalb von Produkten gilt das **Kommutativgesetz**: Man kann also einzelne Faktoren **umsortieren**. Dann stellt man als erstes alle Zahlen nach vorne und anschließend alle Variablen in alphabetischer Reihenfolge. Nun kann man das Produkt aus den einzelnen Zahlen bilden und die Variablen, wenn sie mehrfach vorkommen, zu **Potenzen** zusammenfassen.

Beispiel:

$$\begin{aligned}
 & 3x \cdot y \cdot 2x \cdot 2 \cdot x \cdot 4y \\
 &= 3 \cdot x \cdot y \cdot 2 \cdot x \cdot 2 \cdot x \cdot 4 \cdot y \\
 \text{Sortieren} &= 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \\
 & \quad \underbrace{\hspace{2cm}} \quad \underbrace{\hspace{2cm}} \quad \underbrace{\hspace{2cm}} \\
 \text{Zusammenfassen} &= 48 \cdot x^3 \cdot y^2
 \end{aligned}$$

Summanden zusammenfassen

$$\begin{aligned}
 3 \text{ } \color{red}{\text{X}} + 2 \text{ } \color{red}{\text{X}} &= 5 \text{ } \color{red}{\text{X}} \\
 7 \text{ } \color{green}{\text{y}} - 2 \text{ } \color{green}{\text{y}} &= 5 \text{ } \color{green}{\text{y}} \\
 4 \text{ } \color{red}{\text{X}} + 3 \text{ } \color{green}{\text{y}} &= \color{red}{\text{X}}
 \end{aligned}$$

Nur **gleichartige Summanden** können zusammengefasst werden. Und das gilt immer – egal ob bei Obst oder Variablen.

Beispiele:

$$2x + 5x + 3x = 10x$$

$$3x + 4 + 2x - 2 = 3x + 2x + 4 - 2 = 5x + 2$$

$$4x + 7y + 2x - 2y = 4x + 2x + 7y - 2y = 6x + 5y$$



Mit Potenzen

Es können Summanden zusammengefasst werden, in denen **gleiche Variablen** in **gleichen Potenzen** vorkommen.

Gleiche Variable, aber nicht in gleichen Potenzen.

$$2xy + 4x^2y = \color{red}{\text{X}}$$

Einmal wird das x quadriert und einmal das y.

$$3x^2y + 5xy^2 = \color{red}{\text{X}}$$

Beispiele:

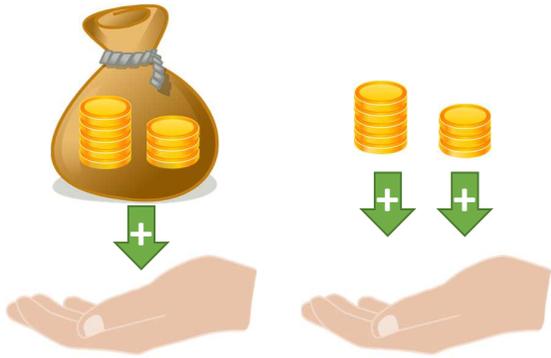
$$5x^2y + 3xy + 4x^2y - xy = 5x^2y + 4x^2y + 3xy - xy = 9x^2y + 2xy$$

$$6x^2 + 2x^2y - 2x^2 + 5x^2y = 6x^2 - 2x^2 + 2x^2y + 5x^2y = 4x^2 + 7x^2y$$

$$4xy^2 + 3x^2y - 3xy^2 = 4xy^2 - 3xy^2 + 3x^2y = xy^2 + 3x^2y$$

Klammerregeln

$$10 + (5 + 3) = 10 + 5 + 3$$



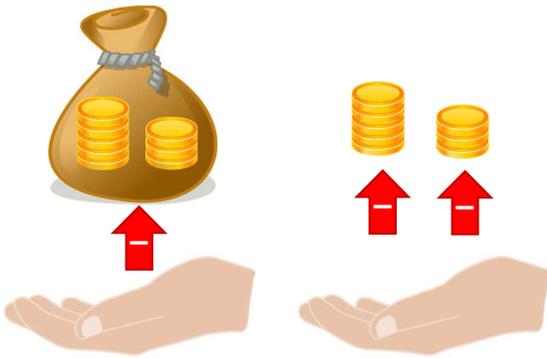
Steht ein **Plus** vor der Klammer, so kann man die Klammer einfach weglassen.

Plus-Klammer

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$10 - (5 + 3) = 10 - 5 - 3$$



Steht ein **Minus** vor der Klammer, so muss man die **Vorzeichen in der Klammer wechseln**, wenn man die Klammer weglässt.

Minus-Klammer

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Beispiele: Schreibe ohne Klammer

$$y + (x + 3) = y + x + 3$$

$$5 - (2x + 4) = 5 - 2x - 4$$

$$7 - (3x - 2 + 4y) = 7 - 3x + 2 - 4y$$



Multiplizieren mit Summen

Das Distributivgesetz in beide Richtungen

Ausmultiplizieren

Produkt \rightarrow Summe/Differenz

Jeden Summanden in der Klammer mit dem **Faktor** multiplizieren

$$2 \cdot (\text{Fries} + \text{Burger}) = 2 \cdot \text{Fries} + 2 \cdot \text{Burger}$$

$$2 \cdot (a + b) = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Ausklammern (Faktorisieren)

Summe/Differenz \rightarrow Produkt

Gleicher **Faktor** wird vor die Klammer gezogen

$$5 \cdot \text{Fries} + 5 \cdot \text{Ice Cream} = 5 \cdot (\text{Fries} + \text{Ice Cream})$$

$$5 \cdot a + 5 \cdot b = 5 \cdot (a + b)$$



Es gilt:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Beispiele: Multipliziere aus.

$$5 \cdot (3x + 4y) = 5 \cdot 3x + 5 \cdot 4y = 15x + 20y$$

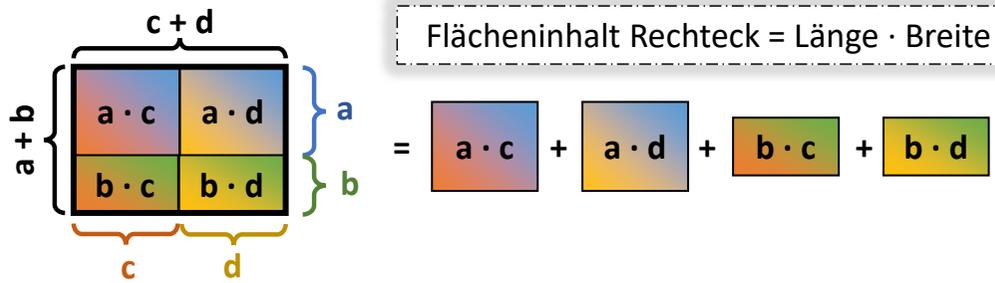
$$2x \cdot (4x + 5y) = 2x \cdot 4x + 2x \cdot 5y = 8x^2 + 10xy$$

Beispiele: Klammere gemeinsame Faktoren aus.

$$12x + 16y + 20 = 4 \cdot (3x + 4y + 5)$$

$$12x^2y + 8xy^2 = 4xy \cdot (3x + 2y)$$

Multiplizieren von Summen mit Summen



Betrachtet man den **Flächeninhalt eines Rechtecks** der **Länge $a+b$** und der **Breite $c+d$** , so lässt sich dieser auch als **Summe der vier Einzelflächen** bestimmen. Somit gilt:

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Beim Multiplizieren von Summen mit Summen muss **jeder Summand der ersten Klammer mit jedem Summanden der zweiten Klammer multipliziert** werden. Dabei auf die **Vorzeichen** achten.

$$\begin{aligned} (a+b) \cdot (c+d) &= a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d \\ (a+b) \cdot (c-d) &= a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d \\ (a-b) \cdot (c+d) &= a \cdot c + a \cdot d - b \cdot c - b \cdot d \\ (a-b) \cdot (c-d) &= a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c + b \cdot d \end{aligned}$$

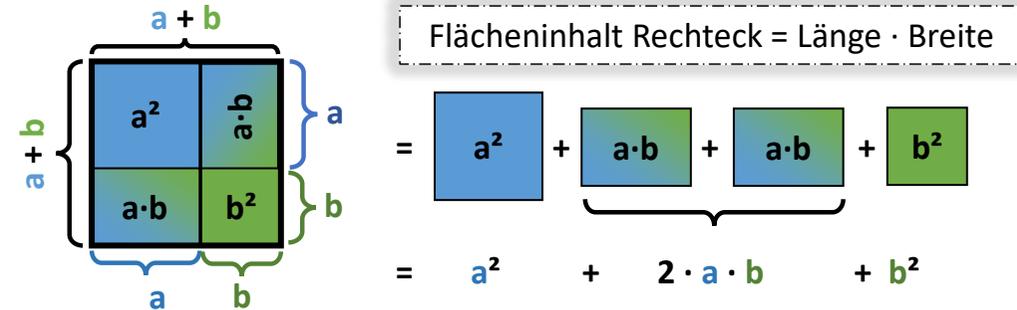
Beispiele:

$$(x+5) \cdot (y+3) = x \cdot y + 3 \cdot x + 5 \cdot y + 5 \cdot 3 = xy + 3x + 5y + 15$$

$$(2x+3) \cdot (3x-5) = 2x \cdot 3x - 2x \cdot 5 + 3 \cdot 3x - 3 \cdot 5 = 6x^2 - 10x + 9x - 15$$

$$(3x-1) \cdot (4y-2) = 3x \cdot 4y - 3x \cdot 2 - 1 \cdot 4y + 1 \cdot 2 = 12xy - 6x - 4y + 2$$

Binomische Formeln



Die **binomischen Formeln** sind ein **Spezialfall** der Multiplikation von Summen mit Summen. Bei ihnen stehen in beiden Klammern **dieselben Summanden**. Es gilt zum Beispiel:

$$\begin{aligned} (a+b) \cdot (a+b) &= a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b \\ &= a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \end{aligned}$$

Die binomische Formeln sind eine **Abkürzung** aus **Ausmultiplizieren** und **Zusammenfassen** gleichartiger Summanden. Wenn man also Rechenzeit sparen will, lernt man sie auswendig.

Die 3 Binomischen Formeln

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Beispiele:

$$(x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(3x-4)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$(2x+5y) \cdot (2x-5y) = (2x)^2 - (5y)^2 = 4x^2 - 25y^2$$



