

Wurzeln:

Ist $a \geq 0$, dann ist \sqrt{a} die positive Zahl, die mit sich selbst multipliziert (quadriert) a ergibt.

$$(\sqrt{a})^2 = a, (\sqrt{3})^2 = 3$$

Rationale Zahlen:

Rationale Zahlen lassen sich als abbrechende oder nicht abbrechende periodische Dezimalbrüche darstellen.

$$\frac{5}{32} = 0,15625 \quad \frac{68}{33} = 2,0\overline{6}$$

Irrationale Zahlen:

$\sqrt{2}$ lässt sich **nicht** als abbrechender oder nicht abbrechender periodischer Dezimalbruch darstellen.

$$\sqrt{2} = 1,41421356237309504880168\dots$$

$\sqrt{2}$ lässt sich aber durch eine **Intervallschachtelung** darstellen:

$$\begin{array}{l} 1 < \sqrt{2} < 2 \\ 1,4 < \sqrt{2} < 1,5 \\ 1,41 < \sqrt{2} < 1,42 \\ 1,414 < \sqrt{2} < 1,415 \end{array}$$

Reelle Zahlen: \mathbb{R}

Menge der rationalen und irrationalen Zahlen



$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

Heron Algorithmus:

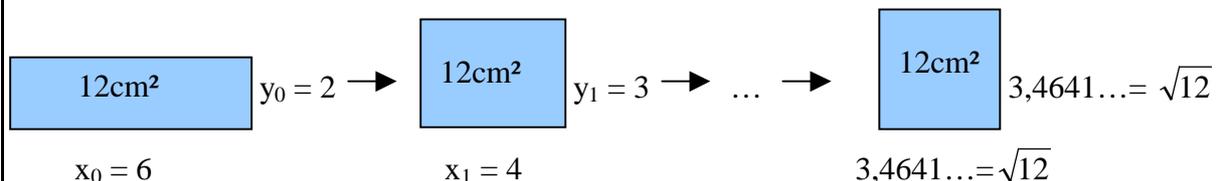
Der Heron-Algorithmus ist ein weiteres Verfahren zur Wurzelberechnung. Beim Heron-Algorithmus wird z.B. ein Rechteck mit dem Flächeninhalt 12 cm^2 (bei Berechnung von $\sqrt{12}$) schrittweise immer quadratischer gemacht. Dabei bleibt der Flächeninhalt erhalten.

Beispiel:

Starte mit einem Rechteck mit dem Flächeninhalt 12 cm^2 , z.B. mit der Breite $x = 2 \text{ cm}$ und der Länge $y = 6 \text{ cm}$.

Verwandle jeweils das alte Rechteck in ein flächeninhaltsgleiches neues Rechteck:

- Neue Breite ist der Mittelwert aus „alter“ Breite und Länge
- Neue Länge ist der Flächeninhalt 12 cm^2 dividiert durch die neue Breite.



Wurzeln quadrieren: $(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$

Beispiel: $(\sqrt{3})^2 = 3$ $(\sqrt{-3})^2$ nicht definiert

Wurzeln von Quadraten: $\sqrt{a^2} = |a|$

Beispiel: $\sqrt{3^2} = 3$ $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$