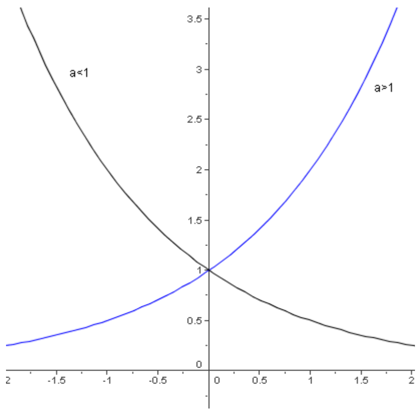
**Exponentielles Wachstum:**
Wachstum um einen konstanten Prozentsatz p%

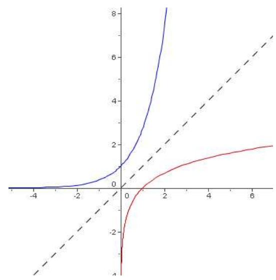



| **x** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| **y** | b | $b \cdot a$ | $b \cdot a^2$ | $b \cdot a^3$ | $b \cdot a^4$ |

**Exponentielle Funktion:** $f(x) = b\,a^x$

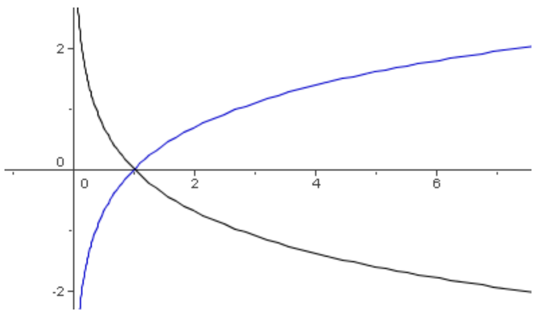
<u>Anfangswert</u> = b. <u>Wachstumsfaktor</u> $a = (1 + \frac{p}{100})$

**Eigenschaften der Exponentialfunktion $a^x$:**
- $f(x) > 0$
- x-Achse ist Asymptote
- Graph geht durch (0|1) und (1|a)
- für a>1 ist der Graph streng monoton steigend
- für 0 < a < 1 ist der Graph streng monoton fallend
- Die Graphen von $a^x$ und $\left(\frac{1}{a}\right)^x$ sind symmetrisch bzgl. der y-Achse.



**Eigenschaften der Exponentialfunktion $b \cdot a^x$ mit Anfangswert b:**
Mit <u>Anfangswert</u> b gilt: Der Graph geht durch die Punkte (0|b) und (1|ab).

**Logarithmus von x zur Basis a ($\log_a x$):**
$\log_a x$ ist die Zahl, mit der man a potenzieren muss, um x zu erhalten. Die Logarithmusfunktion ist die <u>Umkehrfunktion</u> der Exponentialfunktion.



**Eigenschaften der Logarithmusfunktion:**
- Der Graph geht durch (1|0) und (a|1).
- Ist a>1, so ist der Graph streng monoton steigend
- Ist 0 < a < 1, so ist der Graph streng monoton fallend.

**Äquivalente exponentielle und logarithmische Gleichung:**

Exponent

$1000 = 10^3 \Leftrightarrow \log_{10} 1000 = 3$

Basis

$\boxed{\mathbf{y = a^x \Leftrightarrow \log_a x} \quad \text{für } a>0,\ a \neq 1}$

**Rechenregeln für Logarithmen:**

Für u,v > 0, a > 0, a ≠ 1 gilt:

| | |
|---|---|
| Produktregel: | $\log_a (u \cdot v) = \log_a (u) + \log_a (v)$ |
| Quotientenregel: | $\log_a (u : v) = \log_a (u) - \log_a (v)$ |
| Potenzregel: | $\log_a (u^r) = r \cdot \log_a (u)$ |

$$a^{\log_a(x)} = x$$
$$\log_a\left(a^x\right) = x$$

**Berechnung von Logarithmen:**
Die Berechnung von Logarithmen mit verschiedener Basis lässt sich für die Berechnung mit dem Taschenrechner auf Logarithmen zur Basis 10 zurückführen:

$$\log_a(x) = \frac{\lg(x)}{\lg(a)}$$