

Lernkontrolle Vektoren

OI-RS-SM

Aufgabe 1: Berechne die Koordinaten des Vektors, der durch die Linearkombination gegeben ist.

a) $(-6) \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ -7 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} =$

b) $(-4) \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + 6 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} =$

Aufgabe 2: Bestimme den Mittelpunkt der Strecke AB mit Hilfe von Vektoren

a) $A = (-5|5|-4)$
 $B = (-2|-4|6)$

b) $A = (-3|-3|2)$
 $B = (-3|-4|4)$

Aufgabe 3: Gib eine Gleichung einer Geraden durch A und B an

a) $A = (-5|3|-5)$
 $B = (-2|-6|-5)$

b) $A = (2|-5|6)$
 $B = (-6|-4|-2)$

Aufgabe 4: Überprüfe ob der Punkt auf der gegebenen Geraden liegt.

a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ P (11|4|-6)

Aufgabe 5: Bestimme den Abstand der Punkte P und Q

a) $P = (7 | 4 | -5)$, $Q = (9 | -7 | -5)$

Aufgabe 6: Gib eine Ebene durch die 3 gegebenen Punkte an.

a) $P (1 | 3 | -8)$ $Q (-6 | 3 | -5)$ $R (9 | 5 | 8)$

b) $P (4 | -5 | 1)$ $Q (-9 | 6 | -4)$ $R (-3 | 9 | 8)$

Aufgabe 7: Überprüfe, ob die Vektoren orthogonal sind.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8: Gib einen Vektor c an, der orthogonal zum Vektor a ist.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 9: Gib einen Vektor c an, der orthogonal zu den Vektoren a und b ist.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

Lösungen:

OI-RS-SM

Aufgabe 1: Berechne die Koordinaten des Vektors, der durch die Linearkombination gegeben ist.

a) $\begin{pmatrix} 10 \\ 77 \\ 42 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 8 \\ -26 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: Bestimme den Mittelpunkt der Strecke AB mit Hilfe von Vektoren

a) $\vec{OM} = \vec{OA} + 0,5 \cdot \vec{AB}$

a) $\vec{OM} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} + 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3,5 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{OM} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3,5 \\ 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: Gib eine Gleichung einer Geraden durch A und B an

$\vec{x} = \vec{OA} + r \cdot \vec{AB}$

a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4: Überprüfe ob der Punkt auf der gegebenen Geraden liegt.

a)
$$\begin{array}{rcl} 5 + 2 \cdot r & = & 11 \\ -6 + 3 \cdot r & = & 4 \\ 2 + (-3) \cdot r & = & -6 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} r = 3 \\ r = 3,33 \\ r = 2,67 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 5 + 2 \cdot r & = & 11 \\ -6 + 3 \cdot r & = & 4 \\ 2 + (-3) \cdot r & = & -6 \end{array}} \right\} \text{Nein}$$

Aufgabe 5: Bestimme den Abstand der Punkte P und Q

a) $\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ -11 \\ 0 \end{pmatrix}$ $d = |\vec{PQ}| = \sqrt{(2)^2 + (-11)^2 + (0)^2} = \sqrt{125}$

Aufgabe 6: Gib eine Ebene durch die 3 gegebenen Punkte an.

a) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 16 \end{pmatrix}$ b) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 11 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 14 \\ 7 \end{pmatrix}$

Aufgabe 7: Überprüfe, ob die Vektoren orthogonal sind.

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2) \cdot 0 + 3 \cdot (-3) + (-1) \cdot 3 = -12 \neq 0 \Rightarrow$ nicht orthogonal

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3) \cdot 2 + (-3) \cdot 1 + (-1) \cdot (-3) = -6 \neq 0 \Rightarrow$ nicht orthogonal

Aufgabe 8: Gib einen Vektor c an, der orthogonal zum Vektor a ist.

Wähle c1 und c2, berechne c3.

a) $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ b) $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 9: Gib einen Vektor c an, der orthogonal zu den Vektoren a und b ist.

Wähle c1, berechne c2 und c3. a) $\vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ oder alle Vielfachen