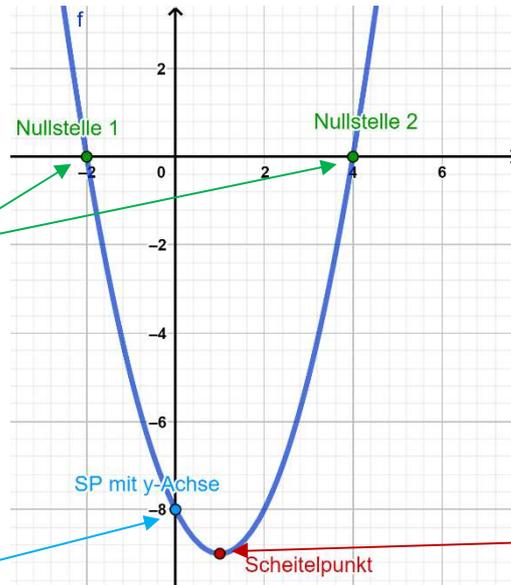


## Quadratische Funktionen



### Faktorierte Form

Die **Nullstellen** ( $f(x)=0$ ) können direkt abgelesen werden.

**Beispiel:**

$$f(x) = (x + 2)(x - 4)$$

⇒ Nullstellen:  $(-2|0)$  und  $(4|0)$

Quadratische Funktionen können in **drei Darstellungsformen** angegeben werden. In jeder dieser Formen lässt sich eine andere **Eigenschaft** des Graphen **ablesen**.

### Normalform

Der **y-Achsenabschnitt** ( $x=0$ ) kann direkt abgelesen werden.

**Beispiel:**

$$f(x) = x^2 - 2x - 8$$

⇒ Schnittpunkt mit **y-Achse**:  $(0|-8)$

### Scheitelpunktform

Der **Scheitelpunkt** kann direkt abgelesen werden.

**Beispiel:**

$$f(x) = (x - 1)^2 - 9$$

⇒ **Scheitelpunkt**:  $(1|-9)$

## Die Umformungen der einzelnen Formen ineinander

<p><b>Faktorierte Form → Normalform</b></p> <p><b>Ausmultiplizieren</b></p> $(x-4)(x+2)$ $= x^2 + 2x - 4x - 8$ $\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x - 8$	<p><b>Normalform → Faktorierte Form</b></p> <p><b>pq-Formel</b> für <math>x^2+px+q=0</math></p> $x^2 - 2x - 8 \Rightarrow p = -2, q = -8$ <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}</math> </div> $x_1 = 1 + \sqrt{(-1)^2 - (-8)} = 4$ $x_2 = 1 - \sqrt{(-1)^2 - (-8)} = -2$ $\Rightarrow f(x) = (x - 4)(x + 2)$
<p><b>Normalform → Scheitelpunktform</b></p> <p><b>Quadratische Ergänzung</b></p> $x^2 - 2x - 8$ $= x^2 - 2x \quad +1 \quad -1 \quad -8$ $:2 \rightarrow 1 \quad \uparrow \quad ()^2$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> <span>Binomische Formel</span> <span>Rest</span> </div> $= (x - 1)^2 - 9$ $\Rightarrow f(x) = (x - 1)^2 - 9$	<p><b>Scheitelpunktform → Normalform</b></p> <p><b>Ausmultiplizieren</b></p> $(x - 1)^2 - 9$ $= x^2 - 2x + 1 - 9$ $\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x - 8$ <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> <p>Erklärvideo auf <a href="http://www.schlaustwow.de">www.schlaustwow.de</a></p> </div>
<p><b>Scheitelpunktform → Faktorierte Form</b></p> <p><b>Nullstellen berechnen</b></p> $(x - 1)^2 - 9 = 0 \quad   +9$ $(x - 1)^2 = 9 \quad   \sqrt{\quad}$ $x - 1 = 3 \quad \text{und} \quad x - 1 = -3 \quad   +1$ $x_1 = 4 \quad \text{und} \quad x_2 = -2$ $\Rightarrow f(x) = (x - 4)(x + 2)$ <div style="text-align: center; margin-top: 10px; border: 1px solid gray; padding: 2px;"> <a href="http://www.schlaustwow.de">www.schlaustwow.de</a> </div>	<p><b>Faktorierte Form → Scheitelpunktform</b></p> <p><b>Scheitelpunkt berechnen</b></p> $f(x) = (x-4)(x+2) \Rightarrow \text{Nullstellen: } (4 0) \text{ und } (-2 0)$ <p>Der Scheitelpunkt liegt aufgrund der Symmetrie in der Mitte der beiden Nullstellen.</p> $\Rightarrow x_S = \frac{\text{Nullstelle}_1 + \text{Nullstelle}_2}{2} = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$ <p>Funktionswert an dieser Stelle berechnen: <math>f(1) = (1-4)(1+2) = -3 \cdot 3 = -9</math></p> $\Rightarrow \text{Scheitelpunkt bei } (1 -9)$ $\Rightarrow f(x) = (x - 1)^2 - 9$