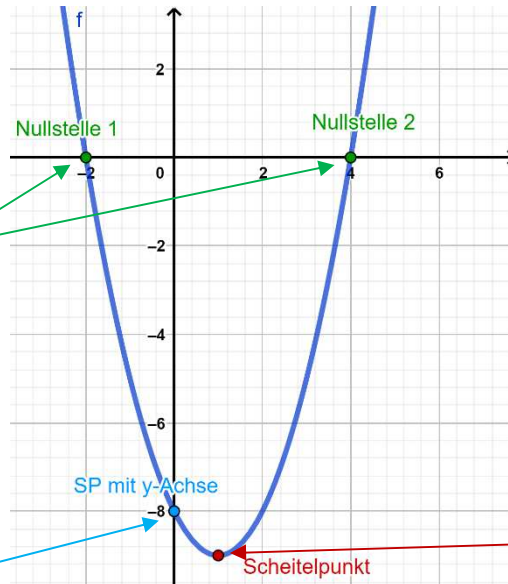


Quadratische Funktionen



Faktorierte Form

Die **Nullstellen** ($f(x)=0$) können direkt abgelesen werden.

Beispiel:

$$f(x) = (x + 2)(x - 4)$$

⇒ Nullstellen: $(-2|0)$ und $(4|0)$

Quadratische Funktionen können in **drei Darstellungsformen** angegeben werden. In jeder dieser Formen lässt sich eine andere **Eigenschaft** des Graphen **ablesen**.

Normalform

Der **y-Achsenabschnitt** ($x=0$) kann direkt abgelesen werden.

Beispiel:

$$f(x) = x^2 - 2x - 8$$

⇒ Schnittpunkt mit **y-Achse**: $(0|-8)$

Scheitelpunktform

Der **Scheitelpunkt** kann direkt abgelesen werden.

Beispiel:

$$f(x) = (x - 1)^2 - 9$$

⇒ **Scheitelpunkt**: $(1|-9)$

Die Umformungen der einzelnen Formen ineinander

Faktorierte Form → Normalform

Ausmultiplizieren

$$(x-4)(x+2)$$

$$= x^2 + 2x - 4x - 8$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x - 8$$

Normalform → Faktorierte Form

pq-Formel

für $x^2+px+q=0$

$$x^2 - 2x - 8 \Rightarrow p = -2, q = -8$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_1 = 1 + \sqrt{(-1)^2 - (-8)} = 4$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{(-1)^2 - (-8)} = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 4)(x + 2)$$

abc-Formel

für $ax^2+bx+c=0$

$$x^2 - 2x - 8 \Rightarrow a = 1, b = -2, c = -8$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = 4$$

$$x_2 = \frac{2 - \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = -2$$

Normalform → Scheitelpunktform

Quadratische Ergänzung

$$x^2 - 2x - 8$$

$$= x^2 - 2x \quad +1 \quad -1 \quad -8$$

$$:2 \rightarrow 1 \uparrow (\)^2$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Binomische Formel}} \quad \underbrace{\hspace{2em}}_{\text{Rest}}$

$$= (x - 1)^2 - 9$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 1)^2 - 9$$

Scheitelpunktform → Normalform

Ausmultiplizieren

$$(x - 1)^2 - 9$$

$$= x^2 - 2x + 1 - 9$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x - 8$$

Erklärvideo auf
www.schlaustwow.de



Scheitelpunktform → Faktorierte Form

Nullstellen berechnen

$$(x - 1)^2 - 9 = 0 \quad | +9$$

$$(x - 1)^2 = 9 \quad | \sqrt{\hspace{1em}}$$

$$x - 1 = 3 \quad \text{und} \quad x - 1 = -3 \quad | +1$$

$$x_1 = 4 \quad \text{und} \quad x_2 = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 4)(x + 2)$$

www.schlaustwow.de

Faktorierte Form → Scheitelpunktform

Scheitelpunkt berechnen

$$f(x) = (x - 4)(x + 2) \Rightarrow \text{Nullstellen: } (4|0) \text{ und } (-2|0)$$

Der Scheitelpunkt liegt aufgrund der Symmetrie in der Mitte der beiden Nullstellen.

$$\Rightarrow x_S = \frac{\text{Nullstelle}_1 + \text{Nullstelle}_2}{2} = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$$

Funktionswert an dieser Stelle berechnen: $f(1) = (1 - 4)(1 + 2) = -3 \cdot 3 = -9$

$$\Rightarrow \text{Scheitelpunkt bei } (1|-9)$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 1)^2 - 9$$