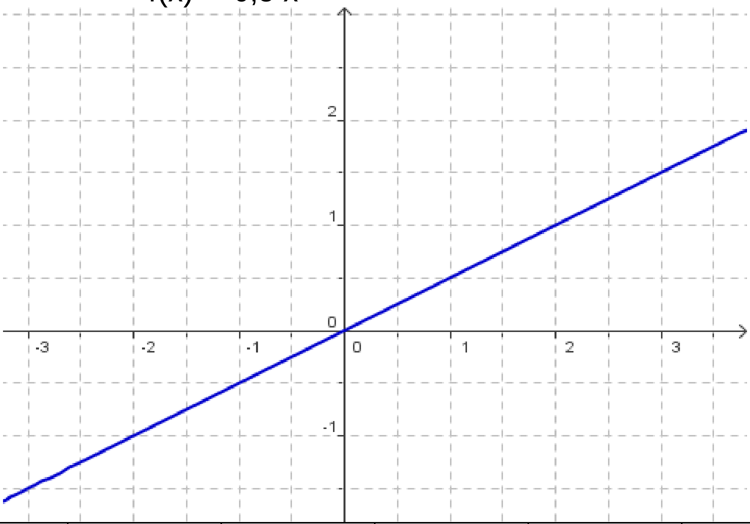
Proportionale Funktionen

Funktionsgleichung: $f(x) = m \cdot x$

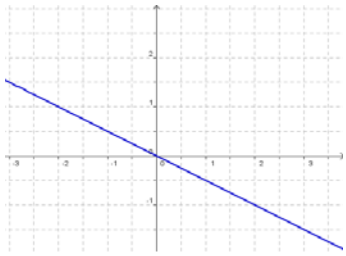
Graph: $f(x) = 0{,}5\,x$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5

Weitere Graphen:

Für negative Werte von m (d.h. m<0), ist die Steigung negativ.
Der Graph fällt.
Beispiel: $f(x) = -0{,}5x$



Eigenschaften:

- Zum Doppelten, Dreifachen, … eines x-Wertes gehört immer das Doppelte, Dreifache, … des zugehörigen y-Wertes.
- Zur Hälfte, einem Drittel, … eines x-Wertes gehört immer die Hälfte, ein Drittel, … des zugehörigen y-Wertes.
- Eine proportionale Funktion ist ein Sonderfall (b=0) einer linearen Funktion $f(x) = mx + b$.
- Der Funktionsgraph ist eine **Gerade**.
- Der Graph der Funktion $f(x) = mx$ geht durch den Ursprung (0|0).
- Der Wert m der Funktion $f(x) = mx$ wird **Steigung** oder **Proportionalitätsfaktor** des Graphen genannt. Je größer der Betrag von m ist, desto steiler verläuft der Graph.
- Für positive Werte von m (m>0) ist der Graph steigend, für negative Werte (m<0) fallend.

Anwendung:

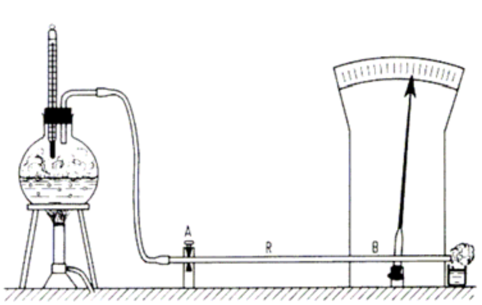
Ein Auto verbraucht 7 Liter Diesel pro 100 km. Betrachtet man den Verbrauch als Funktion der gefahrenen Strecke, so lässt sich die folgende Funktionsgleichung aufstellen:

Verbrauch = 0,07 · Fahrtstrecke
$f(x) = 0{,}07 \cdot x$

Verbrauch für 123 km:
$f(123) = 0{,}07 \cdot 123 = 8{,}61$ (Liter)

Weitere Anwendung:

Ein Aluminiumrohr (R) von 1m Länge ist an seinem linken Ende (A) fest einge-klemmt. Das rechte Ende (B) ist so mit einem Zeiger verbunden, dass dieser jede Längenänderung des Rohres auf einer Skala vergrößert anzeigt. Durch das Rohr, das zu Beginn des Versuchs auf 0°C abgekühlt wurde, wird nun Wasser mit immer größerer Temperatur geleitet, so dass sich das Rohr ebenfalls erwärmt. Hat das Rohr jeweils die Temperatur des Wassers erreicht, wird die Verlängerung des Rohres gemessen. Die Messung ergibt die folgende Wertetabelle:



Temperatur T in °C	0	25	50	75	100
Verlängerung v in mm	0	0,6	1,2	1,8	2,4

Es ergibt sich ein proportionaler Zusammenhang:

Verlängerung = 0,024 · Temperatur
f (x) = 0,024 · x

Verlängerung bei 30°C
f(30) = 0,024 · 30 = 0,72 (mm)

Berechnungen:

Berechnung der Steigung m:

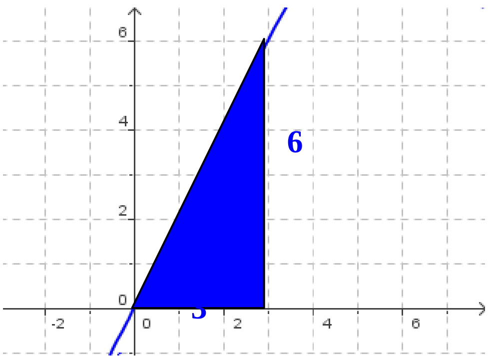
Zur Berechnung der Steigung wird ein Punkt des Graphen benötigt, jedoch nicht der Ursprung (0|0). Bezeichnet man diesen mit P (x_1|y_1), so errechnet sich die Steigung m aus der folgenden Formel:

P (x_1|y_1)

$$m = \frac{y_1}{x_1}$$

P (3|6)

$$m = \frac{y_1}{x_1} = \frac{6}{3} = 2$$



Man kann sich die Berechnung an der nebenstehenden Grafik verdeutlichen.
Zeichne ein **Steigungsdreieck** in beliebiger Größe an den Graphen. Die Steigung m lässt sich wie folgt berechnen. Abfallende Geraden haben dabei eine negative Steigung.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - Unterschied}{x - Unterschied} = \frac{Dreieckhöhe}{Dreieckbreite}$$

Steigungen:

Steigungen lassen sich in zur Kontrolle abschätzen.
- **dunkelgrün**: Steigung > 1
- **hellgrün** (Winkelhalbierende der Achsen): Steigung = 1
- **gelb**: Steigung zwischen 0 und 1
- **schwarz** (x-Achse): Steigung = 0
- **orange**: Steigung zwischen 0 und -1
- **hellrot** (Winkelhalbierende der Achsen): Steigung = -1
- **dunkelrot**: Steigung < -1