

Mathematik

Lerngruppe: 12

KW 09

01 – 05.03.2021

Wochenplan - Kurzübersicht

Aufgabe	Wochentag	Zeitansatz (Minuten)	Thema/ Arbeitsauftrag (Kurzform)	erledigt
1	Mittwoch	90 min	Übungen	
5	Freitag	45 min	Videokonferenz	

Für Fragen stehe ich per Sdui/ per Videokonferenz zur Verfügung:

Vorgabe Dateiname zum digitalen Einreichen: Kalenderwoche-Fach-Nachname-Vorname-Aufgabe

Bsp.: KW44-M-Musterschüler-Max-Aufgabe1.pdf (keine Leerzeichen verwenden)

Verwende zum Erstellen der Abgabe eine Scanner-App (z.B. GeniusScan,...)

Hier die Lösungen zur Aufgabe von letzter Woche. Bei Fragen dazu gerne nächste Woche in der Videokonferenz fragen.

Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E.

a) $P(2|-1|2)$; E: $2x_1 + x_2 + 2x_3 - 6 = 0$

d) $P(3|1|-1)$; E: $\left[\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} * \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right] \right] = 0$

b) $P(-1|8|6)$; E: $8x_1 + 4x_2 + x_3 = 27$

e) $P(-2|2|3)$; E: $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} * \vec{x} = -5$

a) Finde Punkt auf E durch Einsetzen, z.B. $(3|0|0)$

$$E_{NF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3 \Rightarrow \vec{n}_0 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$E_{HNF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

Einsetzen von Punkt P:

$$d = \left[\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} (-1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2) = \frac{1}{3}$$

b) Finde Punkt auf E durch Einsetzen, z.B. (3|0|3)

$$E_{NF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{8^2 + 4^2 + 1^2} = 9 \Rightarrow \vec{n}_0 = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E_{HNF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Einsetzen von Punkt P:

$$d = \left[\begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{9} (-4 \cdot 8 + 8 \cdot 4 + 3 \cdot 1) = \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{3}$$

d) $E_{NF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

$$\Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3 \Rightarrow \vec{n}_0 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$E_{HNF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

Einsetzen von Punkt P:

$$d = \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \left| \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right| = \left| \frac{1}{9} (-2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1)) \right|$$

$$= \left| \frac{1}{9} \cdot (-9) \right| = 1$$

e) Finde Punkt auf E durch Einsetzen, z.B. (0|0|-5)

$$E_{NF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{n}| = \sqrt{4^2 + 5^2 + 1^2} = 42 \Rightarrow \vec{n}_0 = \frac{1}{\sqrt{42}} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E_{HNF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{42}} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Einsetzen von Punkt P:

$$d = \left[\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{42}} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \left| \frac{1}{\sqrt{42}} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \left| \frac{1}{\sqrt{42}} (-2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 8 \cdot 1) \right|$$

$$= \left| \frac{1}{\sqrt{42}} \cdot 10 \right| = \frac{10}{\sqrt{42}} = 1,54$$

Für die nächste Woche nur ein paar kleine Aufgaben. Wenn man ein wenig über die Aufgaben nachdenkt, dann sind sie alle in wenigen Zeilen zu lösen. Manchmal hilft ggf. auch eine Skizze. Also mal ein wenig grübeln.

Aufgabe 1:

- a) Gib einen Punkt an, der 9 Längeneinheiten von der Ebene $E_{NF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ entfernt liegt.
- b) Der Punkt P wird an der Ebene E gespiegelt. D.h. die Ebene E ist die Spiegelebene. Bestimme die Koordinaten des Bildpunktes P' von P.
E: $3x_1 - x_2 + 2x_3 = 12$ P (-8|0|4)
- c) Gib zwei Punkte auf der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ an, die vom Punkt P (1|2|5) den Abstand 12 haben.
- d) Gib eine Ebene E' an, die parallel zu Ebene $E_{NF}: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ liegt und zur Ebene E den Abstand 9 hat.

Die Besprechung der Hausaufgaben dann am Freitag in der Videokonferenz. Ihr braucht die Ergebnisse nicht hochladen.