Mathematik

Lerngruppe: 10b

KW 09

01 – 05.03.2021

Wochenplan - Kurzübersicht

Aufgabe	Wochentag	Zeitansatz (Minuten)	Thema/ Arbeitsauftrag (Kurzform)	erledigt
	Montag	90 min	Der Einheitskreis und was soll der Sinus (100°) sein	
1	Mittwoch	45 min	Berechnungen sSW / ggf. Online-HÜ	
	Freitag	45 min	Videokonferenz	

Vorgabe Dateiname zum digitalen Einreichen: Kalenderwoche-Fach-Nachname-Vorname-Aufgabe
Bsp.: KW44-M-Musterschüler-Max-Aufgabe1.pdf (keine Leerzeichen verwenden)
Verwende zum Erstellen der Abgabe eine Scanner-App (z.B. GeniusScan,…)

Liebe Schüler,

ich kann am Wochenende auch wieder schauen, ob ich den Inhalt hier nochmal zu einem Lernvideo zusammengestellt bekomme. Da ich es nicht versprechen kann, gibt es diese Woche ein wenig was zu lesen und nachzuvollziehen. Ihr könnt gerne die Kästen ins Heft übernehmen, damit die Inhalte einfach besser in Erinnerung bleiben.
Ansonsten sind am Ende drei Aufgaben zum Rechnen. Es wäre prima, wenn ihr sie auch bis Donnerstag gerechnet habt, damit wir am Freitag in einer Videokonferenz über Probleme bei der Berechnung reden können.
Ich schaue auch noch, ob ich passende Aufgaben für eine Online-HÜ zusammenstellen kann. Dann würde ich über SDUI noch informieren.

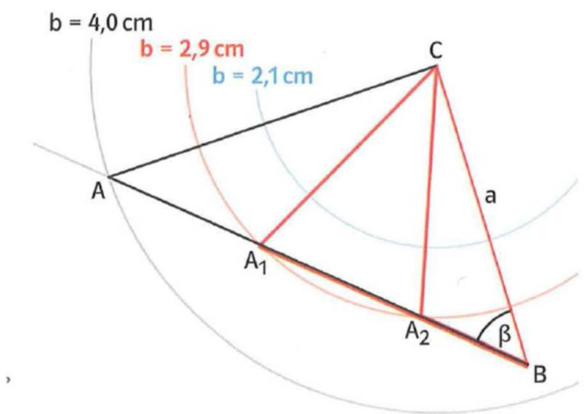
Ansonsten bei Fragen und Problemen einfach Bescheid geben. Ich hoffe ihr kommt weiterhin mit der Homeschooling-Situation klar. Ich weiß, dass es manchmal schwer sein kann sich zu motivieren, aber wenn ihr das schafft, dann habt ihr für euer Arbeitsleben später ganz viel gelernt.

Zusammenfassung: Welche Dreiecke lassen sich bisher berechnen?

Zusammenfassung

1. <u>SSS</u>
   Gegeben: a = 4cm, b = 7cm, c = 8cm
   → es lassen sich keine weiteren Größen berechnen
2. <u>SWS</u>
   Gegeben: a = 4cm, b = 8cm, γ = 59°
   → es lassen sich keine weiteren Größen berechnen
3. <u>WSW</u>
   Gegeben: b = 8cm, α = 43°, γ = 59°
   → 3. Winkel mit Winkelsumme berechnen, restliche Seiten mit Sinussatz bestimmen.
   β = 78°, a = 5,58 cm, c = 7,01 cm
4. <u>WWS</u>
   Gegeben: a = 5 cm, α = 43°, β = 33°
   → 3. Winkel mit Winkelsumme berechnen, restliche Seiten mit Sinussatz bestimmen.
   b = 3,99 cm, c = 7,11 cm, γ = 104°

Der Fall SSW ist ein wenig komplexer. Den Fall SsW (die längere Seite liegt dem gegebenen Winkel gegenüber) habt ihr letzte Woche schon berechnet. Aber bei sSW (die kürzere Seite liegt dem gegebenen Winkel gegenüber) wird es etwas komplizierter.
Bei sSW lassen sich nach den Kongruenzsätzen zwei nicht kongruente Dreiecke konstruieren. Schauen wir uns das Beispiel an. Gegeben sei der Winkel β sowie die Seite a und b. Ist b>a, dann ergibt sich bei der Konstruktion (Kreis mit Radius b um den Punkt C) nur ein Schnittpunkt. Dieser ist A. Wählt man b kleiner (hier 2,9cm in rot), dann ergeben sich zwei Schnittpunkte A_1 und A_2 und somit zwei Dreiecke A_1BC und A_2BC.



Fragestellung: Aber lassen sich die beide Dreiecke auch berechnen?

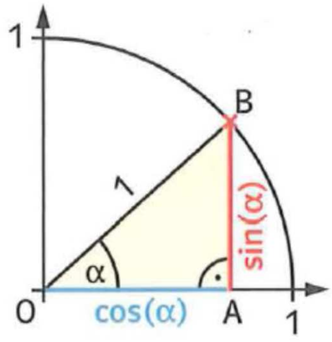
Bisher hatten wir immer Dreiecke mit spitzen Winkeln (<90°). Hier sehen wir bei A2 aber einen stumpfen Winkel (>90°). Aber kann der Taschenrechner diese Ergebnisse liefern. Bisher war der Sinus doch nur für 0-90° definiert.

Aufgabe: Gebt in euern Taschenrechner mal sin (100°) ein.
→ Ups. Der Taschenrechner liefert ein Ergebnis. Dann sollte es auch eine sinnvolle Definition geben.

Wir machen mal einen kurzen Exkurs, um zu verstehen, was der Sinus von 100° zum Beispiel sinnvoll ist.

Wir betrachten die nebenstehende Skizze. Der Punkt B soll dabei auf dem Kreis liegen und der Punkt A senkrecht darunter. Wir haben hier also ein normales rechtwinkliges Dreieck, bei dem die normalen trigonometrischen Funktionen genutzt werden können. Du solltest zukünftig wissen, was ein Einheitskreis ist.

Wir wählen hier für die Hypotenuse und damit für den Radius die Länge 1. Man spricht hierbei daher auch vom **Einheitskreis**.
Wenden wir mal die trigonometrischen Verhältnisse an:
sin (α) = Gegenkathete : Hypotenuse
= rote Strecke : 1 (und die :1 können wir weglassen 😉)
= rote Strecke
Analog entspricht die blaue Strecke dem cos(α).
Die zum Winkel α gehörenden Verhältnisse Sinus und Kosinus können hier als Streckenlängen gedeutet werden. Jetzt kann man ganz einfach die Werte Werte der Sinus- und Kosinusfunktion für verschiedene Winkel α ablesen.

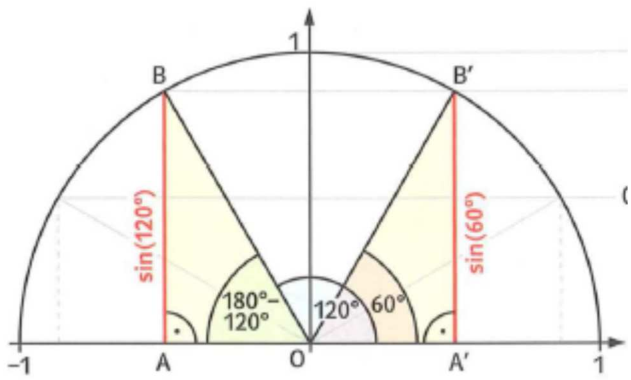


Frage:
Und wie ließe sich die Sinusfunktion jetzt auf Werte über 90° hinaus sinnvoll erweitern?

Erweitert man den Viertelkreis nach links zu einem Halbkreis lässt sich die Sinus- und Kosinusfunktion auf Werte über 90° erweitern. Wie man sieht sind z.B. die Sinuswerte von 120° und 60° gleich groß.
Für Winkel α zwischen 90° und 180° gilt:

sin (α) = sin (180° - α).

Achtung: Zu vorgegebenem Sinuswert erhält man zwei Winkel. Die Umkehrung der erweiterten Sinusfunktion ist deshalb keine Funktion.



Und diese Definition gilt jetzt nicht nur für den Einheitskreis sondern allgemein.

D.h. es gibt zwei Winkel, die z.B. den Sinus 0,5 liefern.
Der Taschenrechner liefert mit $\sin^{-1}(0{,}5)$ nur 30°.
Aber auch für 180° - α, also für 180° - 30°, also für 150° kommt 0,5 für den Sinus heraus.

Wenn du Lust hast, kannst du die beiden Winkel bei den folgenden Aufgaben bestimmen.
Aufgaben:

1 Bestimme die Winkel α, 0° ≤ α ≤ 180°, für die gilt
a) $\sin(\alpha) = 0{,}5$, b) $\sin(\alpha) = 0{,}25$, c) $\sin(\alpha) = 0{,}9$, d) $\sin(\alpha) = 1$,
e) $\sin(\alpha) = 1{,}2$, f) $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, g) $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, h) $\sin(\alpha) = 0$.

Zurück zu unserem Fall sSW

Frage: An welcher Stelle der Rechnung kommt es denn zu zwei Lösungen?
→ Wie wir jetzt wissen, kommen beim $\sin^{-1}$ im Bereich zwischen 0° und 180° zwei Winkel passende Winkel heraus.

Frage: Wenn aber bei beiden Versionen zwei Lösungen möglich sind, muss im Fall von SsW eine der Lösungen wieder wegfallen, also unmöglich sein. Wie lässt sich das begründen?
→ Addiert man jeweils den anderen Winkel, so muss die Winkelsumme kleiner als 180° sein.

5. a) SsW

   Gegeben: $a = 3{,}6$ cm, $b = 4$ cm, $\beta = 49°$
   Sinussatz ergibt $\alpha = 42{,}8°$ und $\alpha' = 180° - \alpha = 137{,}2°$
   Aber: α' kommt nicht in Betracht, da $\alpha' + \beta > 180°$ ist.
   $\gamma = 88{,}2°$ (mit Winkelsumme) und $c = 5{,}3$ cm (mit Sinussatz).

   b) sSW

   Gegeben: $a = 3{,}6$ cm, $b = 2{,}9$ cm, $\beta = 49°$
   Sinussatz ergibt $\alpha = 69{,}5°$ und Winkel $\alpha' = 180° - \alpha = 110{,}5°$
   α' kommt als Lösung in Betracht, da $\alpha' + \beta < 180°$ ist.
   Berechne getrennt für α und α':

$\gamma = 61{,}5°$ (mit Winkelsumme)	$\gamma = 20{,}5°$ (mit Winkelsumme)
und $c = 3{,}4$ cm (mit Sinussatz).	und $c = 1{,}3$ cm (mit Sinussatz).

   Es gibt somit zwei mögliche Dreiecke, die nicht kongruent zueinander sind.

Aufgabe 1:
Hier ein paar Aufgaben zum Fall sSW.

a) $a = 10$ cm, $b = 7$ cm, $\beta = 30°$
b) $a = 10$ cm, $b = 13$ cm, $\alpha = 25°$
c) $b = 17$ cm, $c = 15$ cm, $\gamma = 50°$