Mathematik

Lerngruppe: 10b
KW 05
01 – 05.02.2021

Wochenplan - Kurzübersicht

Aufgabe	Wochentag	Zeitansatz (Minuten)	Thema/ Arbeitsauftrag (Kurzform)	erledigt
1 + 2	Montag	45 min	Wdh. Kongruenzsätze	
3	Montag	45 min	Verhältnisse	
4	Mittwoch	45 min	Trigonometrie	
5	Freitag	45 min	Rechnungen / Videokonferenz (wenn gewünscht)	

Bei Fragen einfach per SDUI melden.

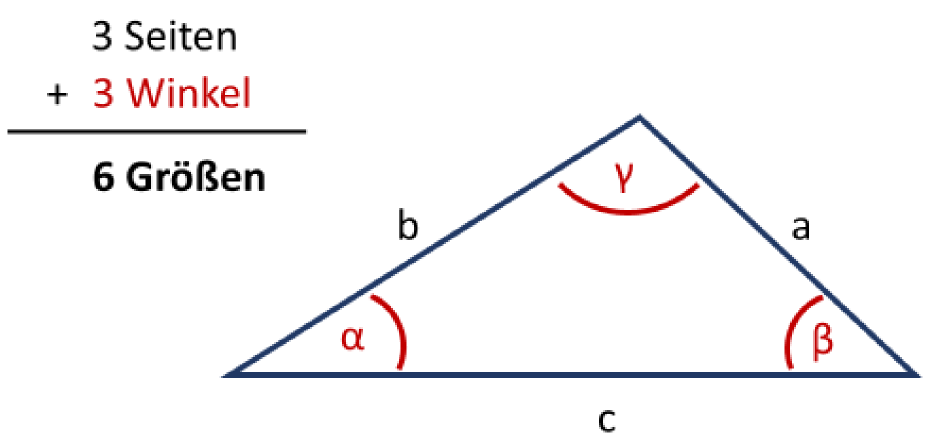
Vorgabe Dateiname zum digitalen Einreichen: Kalenderwoche-Fach-Nachname-Vorname-Aufgabe
Bsp.: KW44-M-Musterschüler-Max-Aufgabe1.pdf (keine Leerzeichen verwenden)
Verwende zum Erstellen der Abgabe eine Scanner-App (z.B. GeniusScan,…)

Achtung: Das hier sieht jetzt viel an Text aus. Ist es auch. Geht auch in kurz als Video, aber hier könnt ihr es auch langsam durcharbeiten. Vor allem kann man so besser die wichtigen Dinge ins Heft übernehmen.
Die Ergebnisse des verlinkten Arbeitsblattes bis Samstag 6.2.2021 abends in SDUI hochladen.

Liebe 10b,

das Thema Körperberechnungen schließen wir jetzt einfach mal ab. Es war zeitlich recht überschaubar und ist für die Oberstufe nicht so relevant. Ein paar grundlegende Formel für den Flächeninhalt von Rechteck, Dreieck und Kreis sollte man aber weiterhin kennen.

Jetzt zu neuem Stoff: **TRIGONOMETRIE**
Da steckt das griechische Wort „trigonon“ für Dreieck drin und „metron“ für Maß. Es geht also um das Messen von Dreiecksseiten bzw. Winkeln. Naja, eigentlich weniger ums Messen sondern eher um das Berechnen. Das mit dem Messen haben wir in Klasse 8 gemacht.



Wiederholung Kongruenzsätze (Klasse 8)

Aufgabe 1: Übernehmt die Wiederholung im Kasten ins Heft

Wiederholung: Dreieckskonstruktion und Kongruenzsätze

Die Konstruktion eines Dreiecks ist eindeutig möglich, wenn folgende *Größenangaben* gegeben sind

- die drei Seitenlängen (SSS),
- eine Seitenlänge und zwei Winkel (WSW),
- zwei Seitenlängen und der eingeschlossene Winkel (SWS),

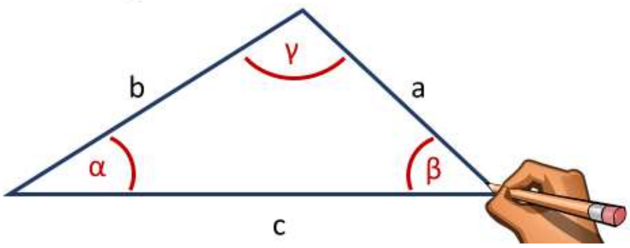
Kongruenzsätze

- zwei Seitenlängen und Winkel, der der längeren Seite gegenüberliegt (SsW)
- zwei Winkel und die nebenliegende Seite (WWS)

Im Allgemeinen sind für die Konstruktion eines Dreiecks drei Bestimmungsstücke notwendig − mit einer Ausnahme: die Angabe der drei Winkel genügt nicht.

Zusammenfassung: Aufgrund der Kongruenzsätze ist ein Dreieck im Normalfall durch 3 Größen (außer WWW) eindeutig bestimmt. D.h. alle weiteren Größenangaben ließen sich zeichnerisch bestimmen.

Kongruenzsätze: 3 Größen (SSS,SWS,WSW) reichen aus, um ein Dreieck eindeutig zu zeichnen

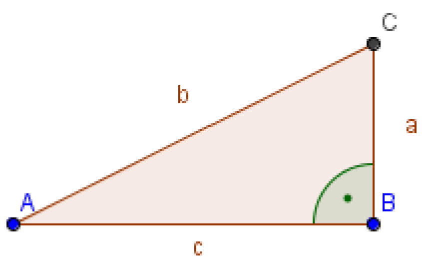


Hinweis: Wir betrachten im Folgenden **rechtwinklige** Dreiecke. Bei der Betrachtung rechtwinkliger Dreiecke ist somit immer mindestens ein Winkel gegeben. Der Fall **SSS tritt somit nicht** auf und man braucht nur die folgenden Fälle zu unterscheiden:

Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken

Ziel: Alle fehlenden Größenangaben zu berechnen.

Aufgabe:
Welche der fehlenden Werte (Seitenlängen und Winkelgrößen) lassen sich bisher berechnen?



Dreieck 1: SWS $a = 5cm, b = 8\ cm, \gamma = 90°$

Dreieck 2: WSW $a = 5cm, \beta = 31°, \gamma = 90°$

Dreieck 3: SWW $a = 3cm, c = 6cm, \gamma = 90°$

Aufgabe 2: Übernehmt den Merksatz ins Heft

Merke:

- Sind zwei Winkel gegeben, so lässt sich der **dritte Winkel** mit Hilfe der **Winkelsumme** ausrechnen. Es gilt: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$
- Sind zwei Seiten gegeben, so lässt sich die **dritte Seite** mit Hilfe des Satzes von **Pythagoras** ausrechnen. Es gilt: $a^2 + b^2 = c^2$

⇒ **Problem:** Die Berechnung der Winkel bei nur einem gegebenen Winkel bzw. die Berechnung der Seiten bei nur einer gegebenen Seite ist mit den bisherigen Formeln nicht möglich.

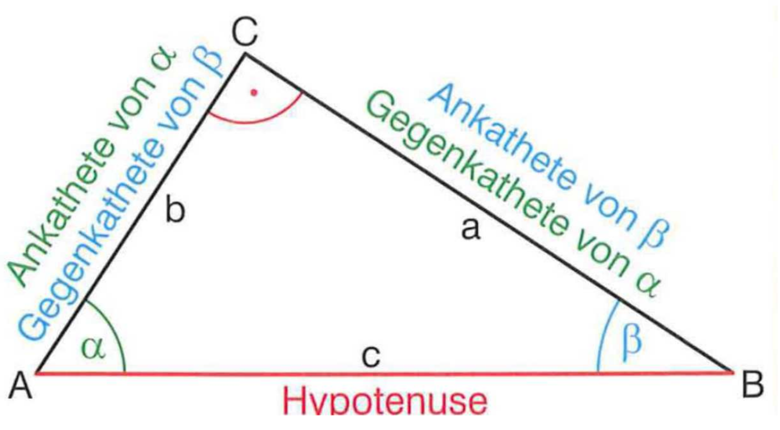
Zusammenfassung: Bei rechtwinkligen Dreiecken müssen zwei Seiten oder Winkel+Seite bekannt sein. Dann ist es eindeutig bestimmt. D.h. alle weiteren Größenangaben ließen sich zeichnerisch bestimmen. Ein 3. Winkel bzw. eine 3. Seite lassen sich sogar ausrechnen.

Hinweis: Um im Folgenden die Dreiecke genauer zu untersuchen, benötigen wir die folgenden Begriffe.

Aufgabe 3: Übernehmt die Definition ins Heft

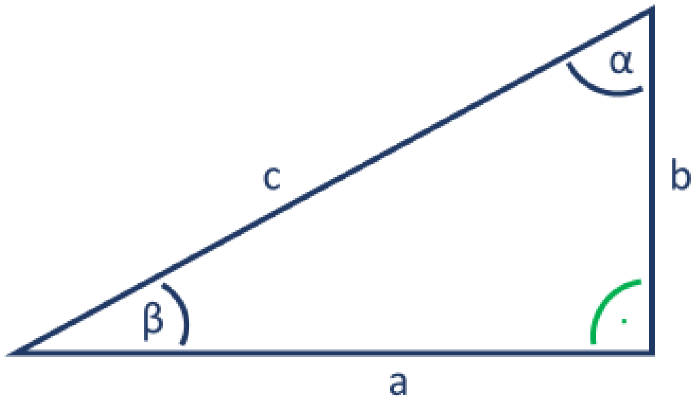
Definition:

In einem rechtwinkligen Dreieck werden die Seiten wie folgt benannt. Der Typ der Kathete hängt davon ab welcher Winkel betrachtet wird.



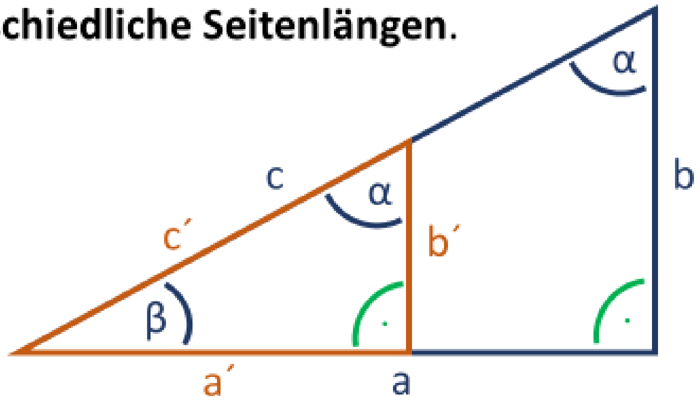
Fragestellung:

Kann man von einem Winkel auf andere Seiten schließen?



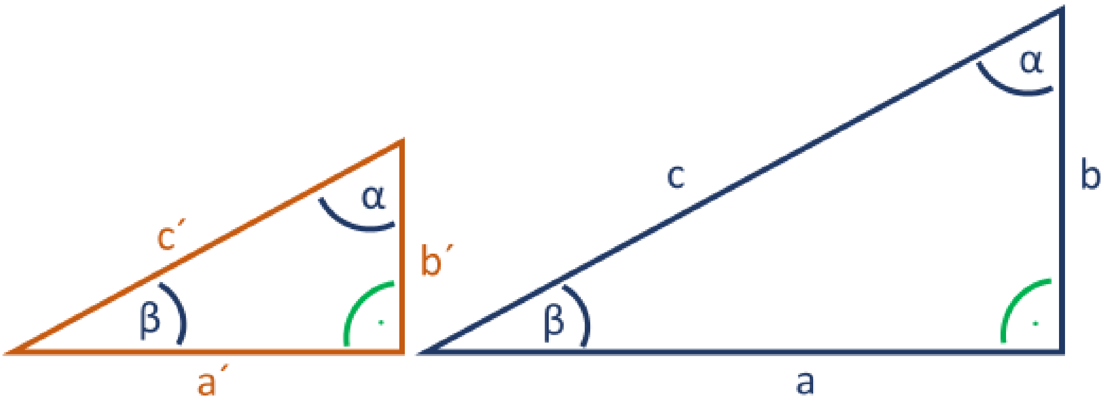
Antwort: Nein.

Beide Dreiecke haben die **gleichen Winkel**,
aber **unterschiedliche Seitenlängen**.

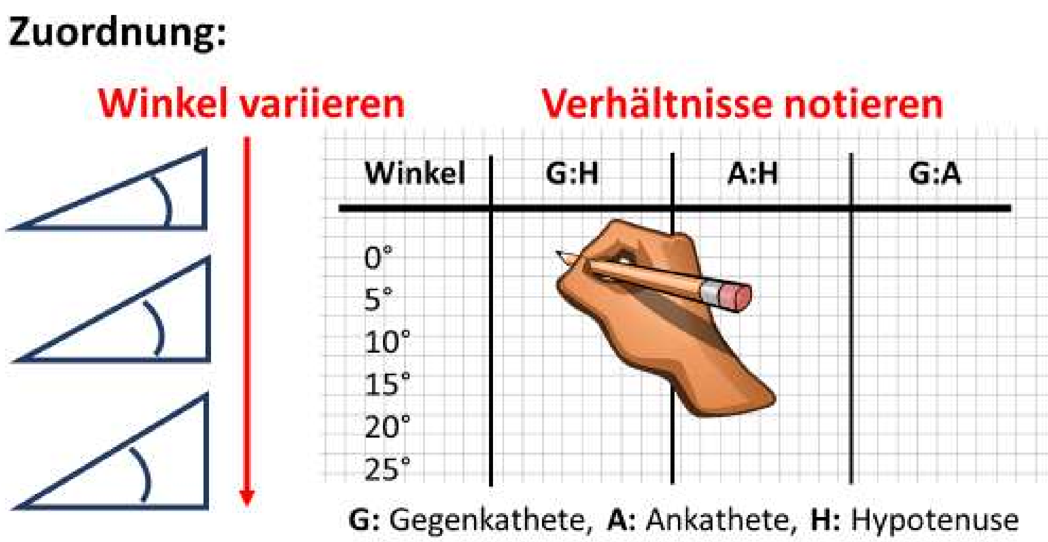


Aber !!!

Beide Dreiecke haben das **gleiche Verhältnis**.

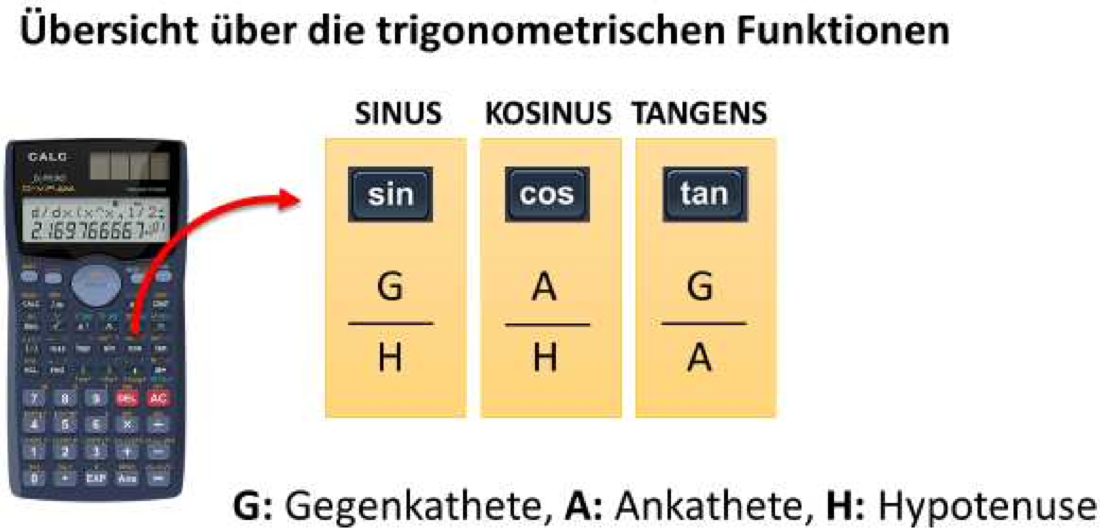


Super. Dann können wir jetzt eine Zuordnung aufstellen. Wir zeichnen Dreiecke mit unterschiedlichen Winkeln und messen dann verschiedene Verhältnisse, z.B. Gegenkathete : Hypotenuse, Ankathete : Hypotenuse und Gegenkathete : Ankathete.
Dann können wir zukünftig in dieser Tabelle zu einem gegebenen Winkel immer das Verhältnis nachschlagen.



Normalerweise würde ich euch das im Unterricht auch machen lassen. Macht hier keinen Sinn, weil ihr gleich weiterlest…

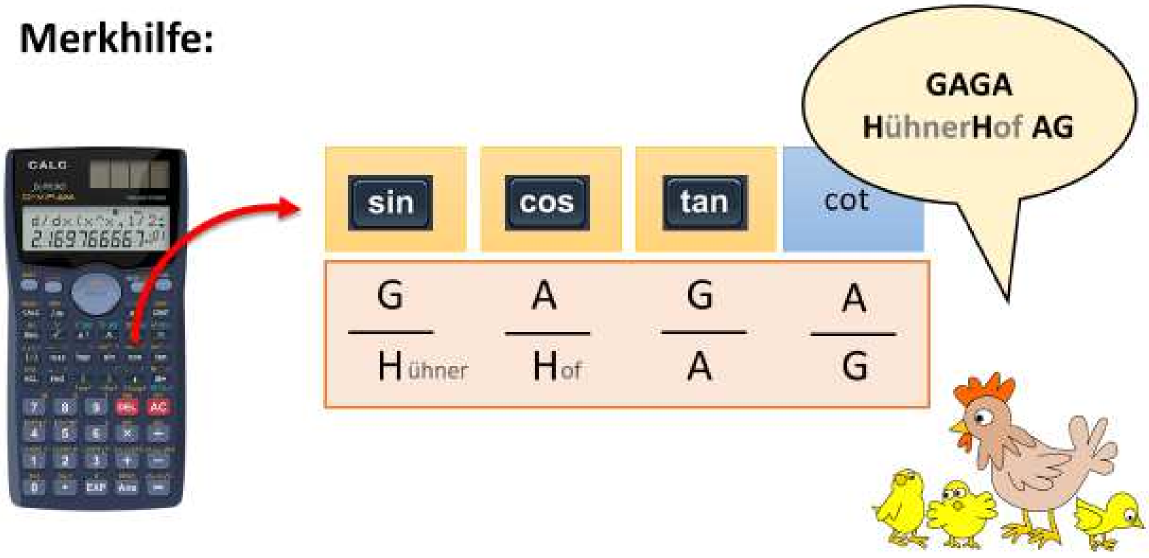
Diese Zuordnung ist in euerm Taschenrechner abgespeichert. Und die drei Verhältnisse bekommen jeweils einen eigenen Namen: Sinus, Kosinus und Tangens.



Ergänzt man dieser drei in der Reihenfolge in der sie auf dem Taschenrechner vorkommen noch um den Kotangens (den man aber nicht braucht), dann hat man vier Verhältnisse und eine tolle Merkhilfe: GAGA HühnerHof AG.

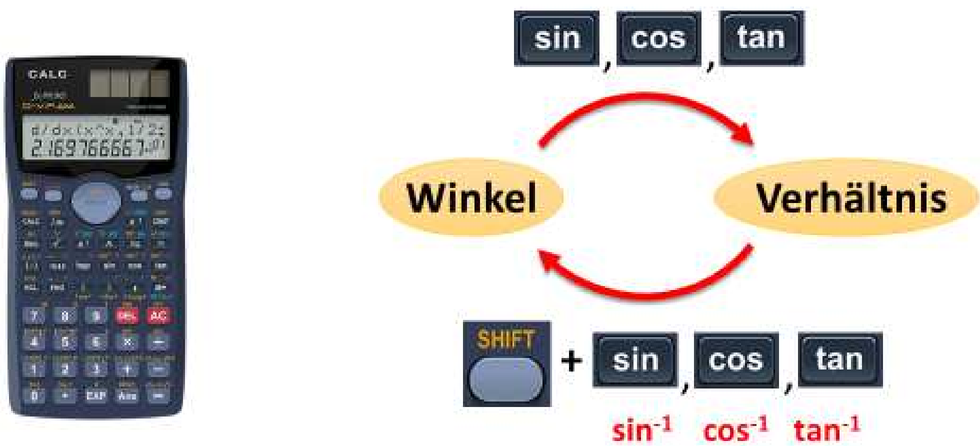
Aufgabe 4: Übernehmt die Merkhilfe ins Heft. Welches Verhältnis jeweils hinter Sinus, Kosinus und Tangens steckt MUSS man AUSWENDIG können.

Merkhilfe:



Mit Drücken der Taste sin, cos und tan kann man jetzt zu einem Winkel das entsprechende Verhältnis bekommen.

Aber es geht auch andersherum:

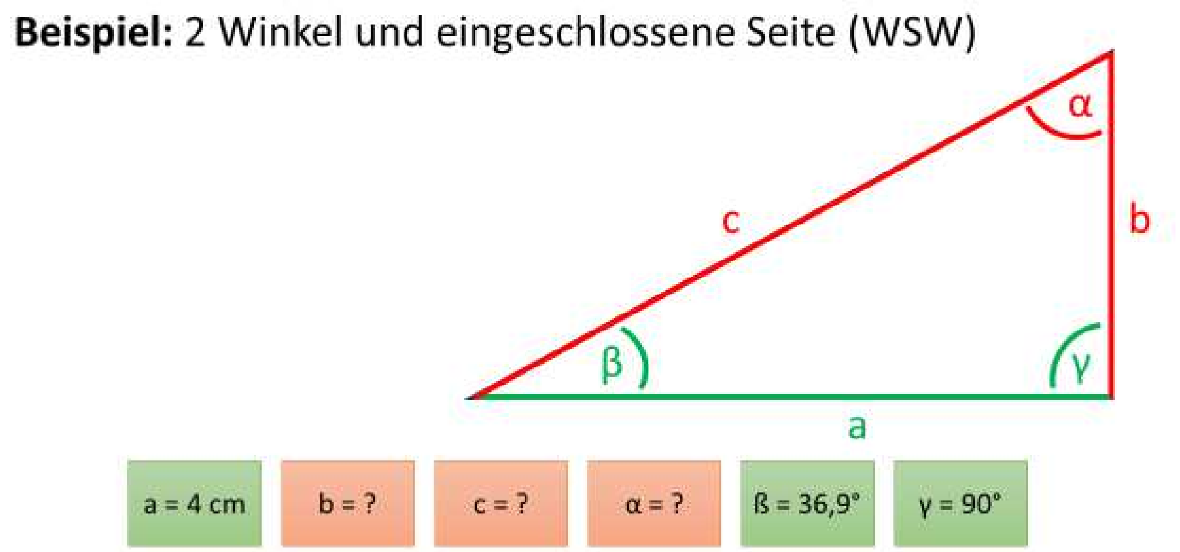


Man kann also auch zu einem Verhältnis den entsprechenden Winkel erhalten. Diese Umkehrzuordnung wird mit $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ und $\tan^{-1}$ bezeichnet.

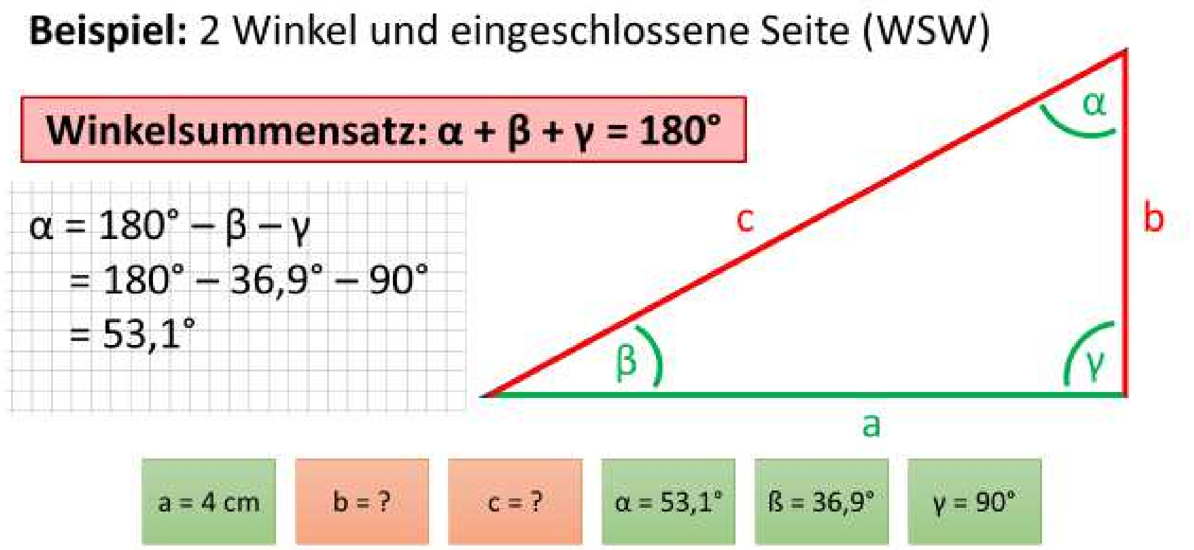
Und wozu ist das jetzt alles gut? Wir können jetzt fehlende Seiten im Dreieck berechnen !!!

Im folgenden Dreieck sind zwei Winkel und die dazwischenliegende Seite bekannt. Zwei Seiten und ein Winkel fehlen.

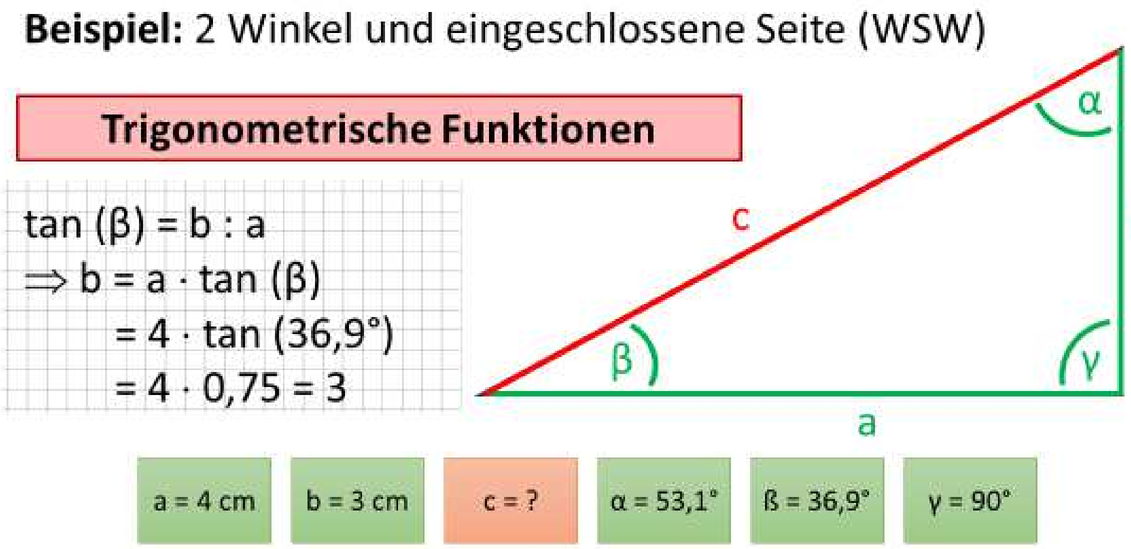
Aufgabe 5: Übernehme das folgende Beispiel in dein Heft und versuche die Rechenwege nachzuvollziehen.



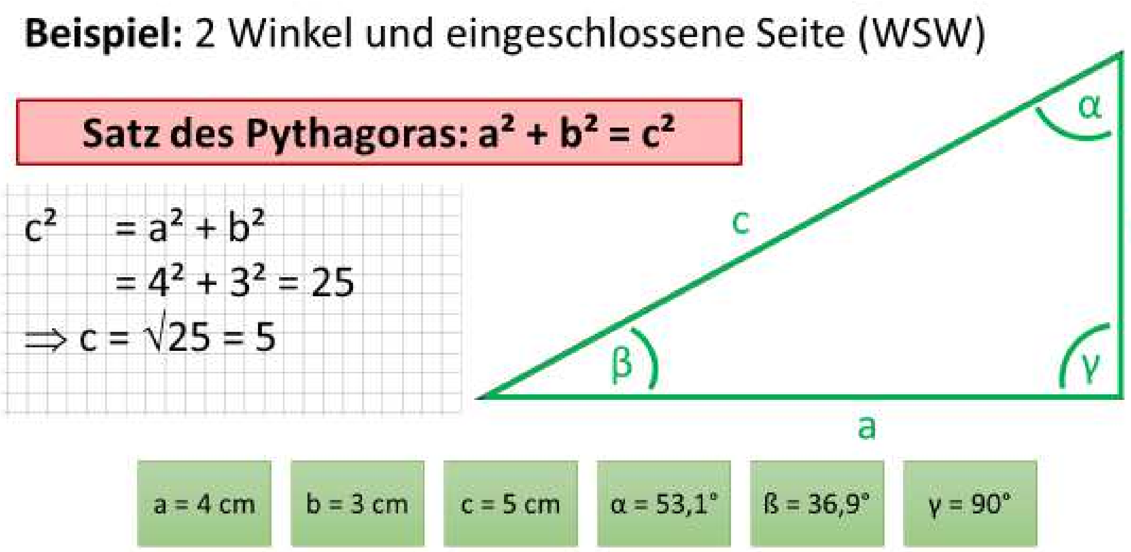
Im ersten Schritt lässt sich mit dem Winkelsummensatz der dritte Winkel bestimmen.



Jetzt schließen wir vom Winkel auf das Verhältnis und können dann damit eine Seite ausrechnen. Wir brauchen dazu ein Verhältnis, von dem eine Seite bekannt ist. Bzgl. β ist tan (β) = Gegenkathete : Ankathete = b : a. Das stellen wir nun nach unserer gesuchten Seite b um und bestimmen den Tangens von unserem Winkel mit dem Taschenrechner.



Die letzte Seite können wir dann mit dem Satz des Pythagoras bestimmen.



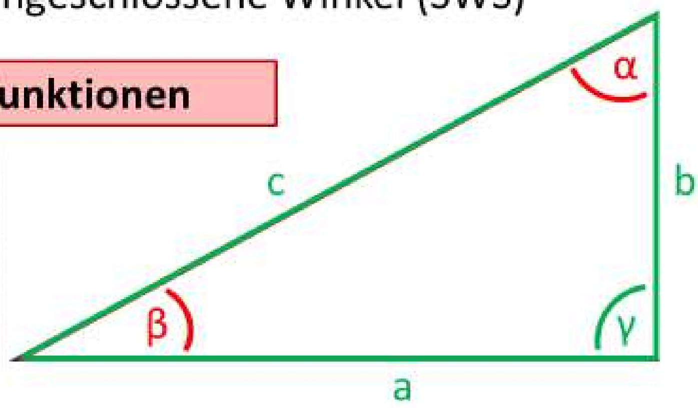
Und wie geht das andersrum?

Hier sind alle Seiten gegeben, es fehlt aber noch an Winkeln. Aber wenn man die Seiten hat, dann kann man auch die Seitenverhältnisse bestimmen. Ist $b = 5$ und $c = 13$, dann ist $b:c = 5:13 = 0,3846$. Und dieser Wert ist ja jetzt der SINUS von β. Und wir kommt man vom Verhältnis jetzt auf β? Mit der Umkehrfunktion wie im folgenden Beispiel dargestellt.

Beispiel: 2 Seiten und eingeschlossene Winkel (SWS)

Trigonometrische Funktionen

$$\sin(\beta) = b : c$$
$$= 5 : 13 = 0{,}3846\ldots$$
$$\Rightarrow \beta = \sin^{-1}(0{,}3846\ldots)$$
$$= 22{,}61°$$



a = 12 cm	b = 5 cm	c = 13 cm	α = ?	ß = ?	γ = 90°

Aufgabe 6: Bestimme die fehlenden Seiten und Winkel auf dem auf SiW unter KW5 verlinkten Arbeitsblatt. (Abgabe-Aufgabe)