Mathematik

Lerngruppe: 10b

KW 10

08 – 12.03.2021

Wochenplan - Kurzübersicht

Aufgabe	Wochentag	Zeitansatz (Minuten)	Thema/ Arbeitsauftrag (Kurzform)	erledigt
1 -4	Montag	90 min	Der Kosinussatz	
5	Mittwoch	45 min	Rechnungen in allg. Dreiecken	
	Freitag	45 min	Videokonferenz	

Vorgabe Dateiname zum digitalen Einreichen: Kalenderwoche-Fach-Nachname-Vorname-Aufgabe
Bsp.: KW44-M-Musterschüler-Max-Aufgabe1.pdf (keine Leerzeichen verwenden)
Verwende zum Erstellen der Abgabe eine Scanner-App (z.B. GeniusScan,…)

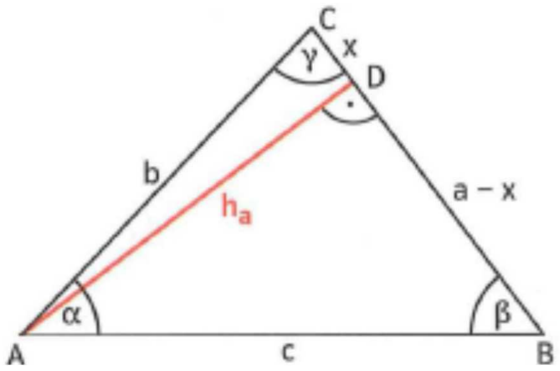
Liebe Schüler,

jetzt können wir schon in rechtwinkligen Dreiecken alle fehlenden Werte berechnen und mit Hilfe des Sinussatzes auch schon in einigen allgemeinen Dreiecken. Zwei Fälle und ein mathematischer Zusammenhang fehlen noch und da kommen wir diese Woche dazu.

Zusammenfassung: Bisher ließen sich noch keine Dreiecke vom Typ SSS und SWS berechnen. ☹

Frage: Wie können wir die fehlenden Werte bei SSS und SWS bestimmen?
Die Herleitung ist wieder für die LK-Schüler interessant. Der Rest schreibt sich einfach nur die finale Formel ins Heft.

Wie bei der Herleitung zum Sinussatz, zeichnet man eine Höhe ein und zerlegt das Dreieck in zwei rechtwinklige Dreiecke.
Sei bspw. a, b und γ gegeben.



Betrachte das Dreieck ABD:
Es gilt:

(1) $c^2 = h_a^2 + (a-x)^2$ (Satz des Pythagoras)

Betrachte das Dreieck ADC:

(2) $\sin(\gamma) = h_a : b \Rightarrow h_a = b \cdot \sin(\gamma)$ (Sinus in rechtwinkligen Dreiecken)

(3) $\cos(\gamma) = x : b \Rightarrow x = b \cdot \cos(\gamma)$ (Kosinus in rechtwinkligen Dreiecken)

Einsetzen von (2),(3) in Gleichung (1) ergibt:

$$c^2 = (b \cdot \sin(\gamma))^2 + (a - b \cdot \cos(\gamma))^2 \quad | \ (xy)^2 = x^2 y^2 \text{ und bin. Formel}$$
$$= b^2 \cdot \sin^2(\gamma) + (a^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma) + b^2 \cos^2(\gamma)) \quad | \ \text{Umsortieren}$$
$$= a^2 + b^2 \cdot (\sin^2(\gamma) + \cos^2(\gamma)) - 2ab \cdot \cos(\gamma) \quad | \ \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$
$$= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$$

Aufgabe 1: Analog gilt dieser Zusammenhang auch für die anderen Seiten und man formuliert den folgenden Satz. Diesen ins Heft übernehmen.

Kosinussatz
In jedem Dreieck ABC ist das Quadrat einer Seitenlänge genau so groß wie die Summe der Quadrate der anderen Seitenlängen vermindert um das doppelte Produkt aus diesen beiden Seitenlängen und dem Kosinus des eingeschlossenen Winkels. Oder einfach in kurz und mathematisch:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$$

Aufgabe 2: Was passiert denn mit dem 3. Kosinussatz, wenn wir ein rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90°$) haben?
Für ein rechtwinkliges Dreieck wird aus dem Kosinusatz ________________________________ ☺

Mit Hilfe des Konsinussatzes kann man jetzt auch die fehlenden Dreiecke (SSS, SWS) berechnen. ☺
Im Fall von SSS muss der Kosinussatz jedoch nach α, β oder γ umgestellt werden.

Aufgabe 3: (Wer Mathe-LK nimmt, sollte so was hinbekommen)

Stelle die Gleichung $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$ nach $\cos(\alpha)$ um, d.h. gib eine Gleichung an $\cos(\alpha) = \dots$ Wenn du die Umformung nicht hinbekommst, dann kannst du auch im entsprechenden Video nachschauen.

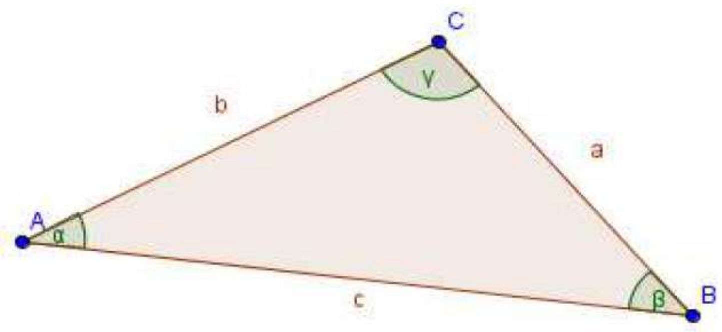
Aufgabe 4:

Schaue unter www.schlauistwow.de unter Klasse 10 – Trigonometrie das Video „**Trigonometrie: allgemeine Dreiecke berechnen".** Da habe ich euch dargestellt, wie man für alle 4 Kongruenzsätze die fehlenden Seiten berechnet. (Es gibt übrigens auch ein Video zu rechtwinkligen Dreiecken).

Aufgabe 5:

Berechne die fehlenden Winkel und Seiten der folgenden Dreiecke. Bei Problemen schau dir ein paar Klapptests „Berechnungen in allgemeinen Dreiecken" auf Schlauistwow an.

Gegeben ist das folgende allgemeine Dreieck.
Bestimme alle fehlenden Seiten und Winkel.



a) Gegeben ist:
$a = 5{,}48$, $c = 4{,}94$, $\beta = 49{,}69°$

b) Gegeben ist:
$a = 2{,}11$, $b = 4{,}72$, $c = 5{,}07$

c) Gegeben ist:
$b = 3{,}37$, $\beta = 42{,}31°$, $\gamma = 50°$

d) Gegeben ist:
$a = 7{,}59$, $c = 5{,}38$, $\alpha = 55{,}65°$

e) Gegeben ist:
$b = 2{,}6$, $\beta = 30{,}54°$, $\gamma = 67{,}33°$