

Lernkontrolle Ebenenformen

Aufgabe 1: Gegeben sind die folgenden drei Punkte.

$$P(3 \mid -3 \mid -1) \quad Q(-1 \mid -1 \mid 3) \quad R(5 \mid -3 \mid -1)$$

- a) Gib eine Ebene in Parameterform durch diese drei Punkte an.
- b) Gib eine weitere Parameterform derselben Ebene an.
- c) Gib die Ebene in Normalenform an.
- d) Gib die Ebene in Koordinatenform an.

Aufgabe 2: Gegeben ist eine Ebene in Normalenform

$$E: \left[\begin{array}{c} \vec{x} \\ x \end{array} - \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

- a) Gib die Ebene in Koordinatenform an.
- b) Gib die Ebene in Parameterform an.

Aufgabe 3: Gegeben ist eine Ebene in Koordinatenform

$$E: -4 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 = -16$$

- a) Gib die Ebene in Normalenform an.
- b) Gib die Ebene in Parameterform an.

Erklärvideos dazu findest du unter den folgenden Links.

Parameterform
-> Normalenform



Normalenform
-> Koordinatenform



Koordinatenform
-> Normalenform



Koordinatenform
-> Parameterform



Lösungen:

Aufgabe 1: Gegeben sind die folgenden drei Punkte.

a) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ OP als Stützvektor wählen
 PQ und PR als Spannvektoren wählen

b) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ OQ als Stützvektor wählen
 Vielfache der alten Spannvektoren wählen
 z.B. $2 \cdot PQ$ oder $(-1) \cdot PR$

c) $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow$ E: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} = 0$ Stützvektor übernehmen
 Normalenvektor =
 Kreuzprodukt der
 Spannvektoren

d) $0 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 = -20$ durch Ausmultiplizieren

Aufgabe 2: Gegeben ist eine Ebene in Normalenform

a) E: $-4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = 14$ durch Ausmultiplizieren

b) $x_1 = 0 + 1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2$
 $x_2 = 0 + 0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2$ Koordinatenform auflösen
 $x_3 = 7 + 2 \cdot x_1 - 1 \cdot x_2$ z.B. nach x_3

E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: Gegeben ist eine Ebene in Koordinatenform

a) E: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} = 0$ \vec{n} ablesen
 Punkt auf E wählen, z.B. $P(0 | 0 | 4)$

b) $x_1 = 0 + 1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2$
 $x_2 = 0 + 0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2$ Koordinatenform auflösen
 $x_3 = 4 + 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2$ z.B. nach x_3

E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$