Lernkontrolle: Lagebeziehung Ebene und Gerade

Aufgabe 1: Lagebeziehung von Ebene und Gerade

Bestimme die Lagebeziehung und gib ggf. den Schnittpunkt an.

a) E:
$$-1 \times_1 + 2 \times_2 - 1 \times_3 = 1$$

g:
$$x = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ 13 \end{bmatrix} + r \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) E:
$$-1 x_1 - 2 x_2 + 1 x_3 = 1$$

g:
$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix} + r \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ -9 \end{bmatrix}$$

c) E:
$$-5 \times_1 + 5 \times_2 -1 \times_3 = 5$$

g:
$$x = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 10 \end{bmatrix} + r \cdot \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

d) E:
$$-1 \times_1 + 1 \times_2 + 1 \times_3 = 2$$

g:
$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} + r \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Ein Erklärvideo dazu findest du unter dem folgenden Link.



Lösungen:

Aufgabe 1: Lagebeziehung von Ebene und Gerade

$$x_1 = -1 - 2r$$

Einsetzen in die Ebenengleichung:

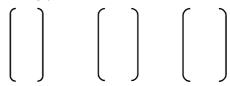
a) g:
$$x_2 = -5 - 1 r$$

 $x_3 = 13 + 0 r$

a) g:
$$x_2 = -5$$
 - 1 r $-1 \cdot (-1 - 2r) + 2 \cdot (-5 - 1r) - 1 \cdot (13 + 0r) = 1$
 $x_3 = 13 + 0$ r $1 + 2r - 10 - 2r - 13 + 0r = 1$
 $-22 + 0r = 1$ $| +22$

$$0 r = 23$$

nicht lösbar => g parallel zu E



$$x_1 = 0 + 5 r$$

b) g:
$$x_2 = 0 + 5 r$$
 Einsetzen in die Ebenengleichung:
 $-1 \cdot (0+5r) - 2 \cdot (2-5r) + 1 \cdot (6-9r) = 1$
 $-1 \cdot (0+5r) - 2 \cdot (2-5r) + 1 \cdot (6-9r) = 1$

$$-1 \cdot (0+5r) - 2 \cdot (2-5r) + 1 \cdot (6-9r) = 1$$

$$0 - 5r - 4 + 10r + 6 - 9r = 1$$

$$2 - 4r = 1$$

r = 0.25

Schnittpunkt bestimmen:

$$OS = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + 0.25 \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.3 \\ 0.8 \\ 3.8 \end{pmatrix}$$

$$=> S (1,25|0,75|3,75)$$

$$x_1 = -3 - 5$$

Einsetzen in die Ebenengleichung:

c) g:
$$x_2 = -4 - 4 r$$

 $x_3 = 10 + 5 r$

$$-5 \cdot (-3-5r) + 5 \cdot (-4-4r) - 1 \cdot (10+5r) = 5$$

 $15 + 25r - 20 - 20r - 10 - 5r = 5$
 $-15 + 0r = 5$ | + 15
 $0 r = 20$

nicht lösbar => g parallel zu E



$$x_1 = 3 - 1 r$$

d) g:
$$x_2 = 0 - 3 r$$

 $x_3 = 5 + 7 r$

$$-1 \cdot (3-1r) + 1 \cdot (0-3r) + 1 \cdot (5+7r) = 2$$

$$-3 + 1r + 0 - 3r + 5 + 7r = 2$$

$$2 + 5r = 2$$

$$5 r = 0$$
$$r = 0$$

Schnittpunkt bestimmen:

$$OS = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} + 0 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$=> S (3|0|5)$$