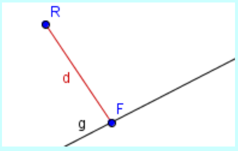
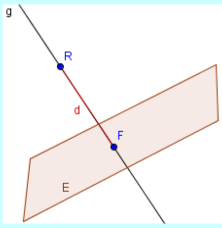
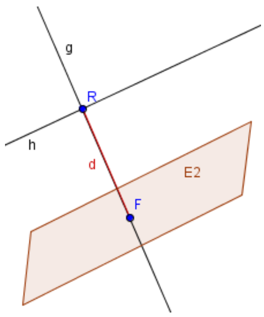
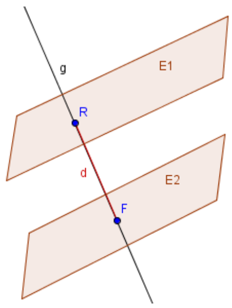
Abstände	**Punkt**	**Gerade**	**Ebene**
Punkt	***Gegeben:*** Punkte R, Q • Bestimme $\overrightarrow{RQ}$ • Berechne $\lvert\overrightarrow{RQ}\rvert$	-	-
Gerade	***Gegeben:*** Punkt R, Gerade g: $\vec{x} = \vec{p} + s\vec{u}$  • Bestimme die Ebene E durch Punkt R, die orthogonal zu g ist. E: $u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 = b$ • Bestimme b durch Einsetzen von Punkt R. • Berechne Schnitt aus E und g $\Rightarrow$ Fußpunkt F.	***Gegeben:*** Gerade g: $\vec{x} = \vec{p} + s\vec{u}$ Gerade h: $\vec{x} = \vec{q} + t\vec{v}$ **Voraussetzung:** g und h windschief • Bestimme Einheitsvektor $\vec{n}_0$ mit $\vec{n}_0 \perp \vec{u}$ und $\vec{n}_0 \perp \vec{v}$ • d = $\lvert(\vec{q} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0\rvert$	-
Ebene	***Gegeben:*** Punkt R, Ebene E: $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$  • Gerade durch R mit Stützvektor als Normalenvektor von E g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ • Schnitt aus E und g $\Rightarrow$ Fußpunkt F. ***Gegeben:*** Punkt R, Ebene E: $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ • d = $\left\lvert \dfrac{a_1r_1 + a_2r_2 + a_3r_3 - b}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \right\rvert$ ***Gegeben:*** Punkt R, Ebene E in Hessescher Normalenform E_H: $(\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0 = 0$ • d = $\lvert(\vec{r} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0\rvert$	***Gegeben:*** Gerade h, Ebene E: $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ **Voraussetzung:** h || E Wähle Punkt R auf h $\Rightarrow$ siehe Abstand Punkt-Ebene 	***Gegeben:*** Ebenen E_1: $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ E_2: $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ **Voraussetzung:** $E_1 \parallel E_2$ Wähle Punkt R auf E_1 $\Rightarrow$ siehe Abstand Punkt-Ebene 

Abstände: Beispiele	**Punkt**	**Gerade**	**Ebene**
Punkt	***Gegeben:*** Punkte R (1|4|3), Q (3|5|1) $\Rightarrow\ \overrightarrow{RQ} = \begin{pmatrix}3-1\\5-4\\1-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$ $\Rightarrow\ \lvert\overrightarrow{RQ}\rvert = \sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}$ $= \sqrt{9} = 3$	-	-
Gerade	***Gegeben:*** Punkt R: (4|3|-1), Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ E: $1x_1 + 1x_2 - 4x_3 = b$ E: $1\cdot 4 + 1\cdot 3 - 4\cdot(-1) = 11$ E: $1x_1 + 1x_2 - 4x_3 = 11$ $\Rightarrow$ (1+t) + t – 4(2-4t) = 11 18t = 18 t = 1 $\vec{x} = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + 1\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ F (2|1|-2) … $\Rightarrow \lvert\overrightarrow{RF}\rvert = 3$	***Gegeben:*** Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$ Gerade h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$ $\vec{n}\perp\vec{u} \Rightarrow n_1 + 2n_2 - 2n_3 = 0$ $\vec{n}\perp\vec{v} \Rightarrow -n_1 + 2n_2 = 0$ Wähle z.B. $n_1 = 2 \Rightarrow n_2 = 1,\ n_3 = 2$ $\vec{n} = \begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix} \Rightarrow \lvert\vec{n}\rvert = 3 \Rightarrow \vec{n}_0 = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$ $d = \left\lvert \begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}\right\rvert = \frac{1}{3}(-2+3+8) = 3$	-
Ebene	***Gegeben:*** Punkt R: (-2|1|-3), Ebene E: $x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 8$ $\Rightarrow$ g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$ g einsetzen in E: $x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 8$ (-2+t)–2(1-2t)+2(-3+2t) = 8 t = 2 $\Rightarrow\ \overrightarrow{OF} = \begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ F = (0|-3|1) ... $\Rightarrow \lvert\overrightarrow{RF}\rvert = 6$	***Gegeben:*** Gerade h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-4\\1\\-2\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$ Ebene E: $x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 8$ Wähle Punkt R auf h: z.B. t = 1 $\Rightarrow \overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix}-4\\1\\-2\end{pmatrix} + 1\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ R = (-2|1|-3) $\Rightarrow$ siehe Abstand Punkt - Ebene	***Gegeben:*** Ebenen E_1: $x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -10$ E_2: $x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 8$ Wähle Punkt R auf E_1: z.B. $x_1 = -2,\ x_2 = 1$ $\Rightarrow -2 - 2\cdot 1 + 2x_3 = -10$ $2x_3 = -6$ $x_3 = -3$ $\Rightarrow$ R = (-2|1|-3) $\Rightarrow$ siehe Abstand Punkt - Ebene