

Extrempunkte gesucht (mit Vorzeichenwechselkriterium (VZW))

Aufgabe 1:

a) Bestimme die Extrempunkte der folgenden Funktion

$$f(x) = \frac{-1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{12}{1}x + 2$$

Ableitung $f'(x)$ bestimmen:

$$f'(x) = -1x^2 - 1x + 12$$

Notwendiges Kriterium: $f'(x) = 0$

$$-1x^2 - 1x + 12 = 0$$

Gleichung lösen (Ausklammern von x , PQ-Formel,...)

Kandidaten für Extremstellen:

$$x_1 = -4 \quad x_2 = 3$$

Intervall	$f'(x)$	Monotonie
$x < -4$	$f'(-5) = -8 < 0$	fallend
$x = -4$	$f'(-4) = 0$	-
$-4 < x < 3$	$f'(-1) = 12 > 0$	steigend
$x = 3$	$f'(3) = 0$	-
$x > 3$	$f'(4) = -8 < 0$	fallend

Hinreichendes Kriterium: VZW

Bei $x = -4$ VZW von - nach + \Rightarrow TP

Bei $x = 3$ VZW von + nach - \Rightarrow HP

Funktionswerte berechnen:

$$f(-4) = -32,67$$

$$f(3) = 24,5$$

TP bei (-4|-32,67)
HP bei (3|24,5)

b) Bestimme die Extrempunkte der folgenden Funktion

$$f(x) = \frac{-1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - \frac{4}{1}$$

Ableitung $f'(x)$ bestimmen:

$$f'(x) = -1x^3 - 5x^2$$

Notwendiges Kriterium: $f'(x) = 0$

$$-1x^3 - 5x^2 = 0$$

Gleichung lösen (Ausklammern von x , PQ-Formel,...)

Kandidaten für Extremstellen:

$$x_1 = -5 \quad x_2 = 0$$

Intervall	$f'(x)$	Monotonie
$x < -5$	$f'(-6) = 36 > 0$	steigend
$x = -5$	$f'(-5) = 0$	-
$-5 < x < 0$	$f'(-3) = -18 < 0$	fallend
$x = 0$	$f'(0) = 0$	-
$x > 0$	$f'(1) = -6 < 0$	fallend

Hinreichendes Kriterium: VZW

Bei $x = -5$ VZW von + zu - \Rightarrow HP

Bei $x = 0$ kein VZW \Rightarrow SP

Funktionswerte berechnen:

$$f(-5) = 48,08$$

$$f(0) = -4$$

HP bei (-5|48,08)
SP bei (0|-4)