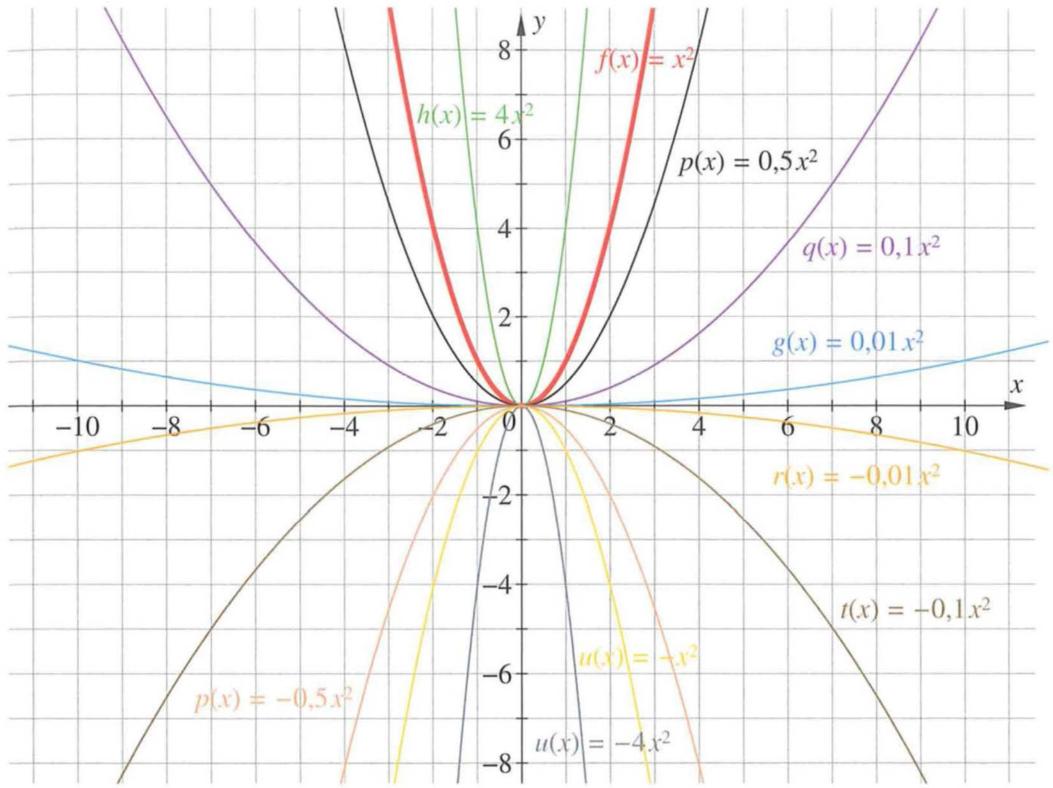
Liebe Schüler,

in der letzten Woche haben wir uns rein quadratische Funktionen angeschaut. Wenn du also die Funktion $f(x) = a\,x^2$ für verschiedene a gezeichnet hast oder mit dem Computer hast zeichnen lassen, dann wirst du das folgende festgestellt haben. Der Faktor a bewirkt eine Streckung bzw. Stauchung der Parabel. Ist der Vorfaktor a negativ wird die Parabel auch noch an der x-Achse gespiegelt. Hier sind jedenfalls die Ergebnisse:

Beispiele für Parabeln



Ergebnisse:

Für $|a| = 1$ hat die Parabel die Form der Normalparabel.
Für $0 < |a| < 1$ ist der Graph im Vergleich zur Normalparabel in Richtung der y-Achse gestaucht.
Für $1 < |a|$ ist der Graph im Vergleich zur Normalparabel in Richtung der y-Achse gestreckt.
Man bezeichnet a auch als **Streckfaktor**.
Für $a < 0$ ist die Parabel nach unten geöffnet und besitzt einen **Hochpunkt**.
Für $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet und besitzt einen **Tiefpunkt**.
Der Hoch- oder Tiefpunkt einer Parabel heißt **Scheitelpunkt**.

Bestimmung des Faktors a aus dem Graph einer Parabel:

Setze die Koordinaten eines bekannten Punktes der Parabel in die allgemeine Gleichung ein und forme nach a um.

Hinweis:

Beim Berechnen von Quadraten negativer Werte gilt das Kla-Po-Pu-Stri.

$(-4)^2 = (-4)\,(-4) = 16$ aber $-4^2 = -(4^2) = -(16) = -16$

Entdeckungen an Graphen quadratischer Funktionen

Schauen wir uns jetzt mal die Funktion $f(x) = (x-3)^2 + 3$ an. Ist das auch eine quadratische Funktion unserer bekannten Form $ax^2 + bx + c$? Multiplizieren wir doch mal die Klammer aus und schauen nach.

$(x-3)^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 3 = x^2 - 6x + 12$ mit $a=1, b=-6, c=12$

Betrachte Funktionen der Form $f(x) = a\,(x-d)^2 + e$. Auch dies ist eine quadratische Funktion. Man kann sehen, dass man diese Funktionen auf die Form $ax^2 + bx + c$ bringen kann.

Hinweis: Man wählt hier andere Parameter, nämlich d und e, weil diese nach dem Umformen nicht den Parametern b oder c entsprechen – siehe auch Beispiel oben. Der Parameter a hingegen ist derselbe und wird somit gleich benannt. Auch dieser sorgt – wie du jetzt schon weißt – für eine Streckung bzw. Stauchung der Parabel.

Wenn du mit der obigen Umformung sicher bist, dann ist das super. Wenn nicht – d.h. wenn auch die Binomischen Formeln noch nicht sicher sitzen, dann kannst du noch ein paar Funktionen durch Ausmultiplizieren auf die Form $ax^2 + bx + c$ bringen.

Freiwillige Aufgabe:

a) $f(x) = (x-2)^2 + 5$
b) $f(x) = (x+3)^2 - 4$
c) $f(x) = (x-1)^2 + 2$
d) $f(x) = (x-3)^2 - 1$

Ziel: Jetzt geht es darum herauszubekommen, welche Auswirkungen die beiden Parameter d und e bei einer Funktion der Form $f(x) = a\,(x-d)^2 + e$ haben.

Du kannst im folgenden wieder Wertetabellen anlegen und die Funktion ins Heft zeichnen, du kannst aber auch Geogebra nutzen, um die die Funktionen zeichnen zu lassen.

Aufgabe 1:

Beginnen wir mit dem Parameter e: Zeichne die folgenden Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem. Was kannst du über die Lage der Parabeln sagen? Formuliere ein Ergebnis, was der jeweilige Wert von e bewirkt.

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = x^2 + 1$ c) $f(x) = x^2 + 2$ d) $f(x) = x^2 - 1$

Aufgabe 2:

Beginnen wir mit dem Parameter d: Zeichne die folgenden Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem. Was kannst du über die Lage der Parabeln sagen? Formuliere ein Ergebnis, was der jeweilige Wert von d bewirkt.

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = (x+1)^2$ c) $f(x) = (x+2)^2$ d) $f(x) = (x-1)^2$

Aufgabe 3:

Jetzt kombinieren wir die Parameter d und e. Kannst du ggf. schon vor dem Zeichnen sagen, wo die Parabel liegt? Zeichne die folgenden Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem.

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = (x+2)^2 + 1$ c) $f(x) = (x-1)^2 + 2$ d) $f(x) = (x-2)^2 - 1$

Aufgabe 4:

Jetzt solltest du ein Verständnis davon haben, was die Parameter d und e in der Form $f(x) = a\,(x-d)^2 + e$ haben. Versuche die Ergebnisse übersichtlich in dein Heft zu übernehmen.

Die Form $f(x) = a\,(x-d)^2 + e$ heißt übrigens **Scheitelpunktform**.

Aufgabe 5:

Kannst du ohne Zeichnen der Parabel oder ohne zu rechnen den Scheitelpunkt der Parabel angeben?

a) $f(x) = (x + 2)^2 + 1$ => SP (____|_____)
b) $f(x) = (x - 4)^2 + 3$ => SP (____|_____)
c) $f(x) = (x + 2)^2 - 6$ => SP (____|_____)
d) $f(x) = (x - 3)^2 - 1$ => SP (____|_____)

Und geht das auch andersrum? D.h. kannst du aus einem Scheitelpunkt die zugehörige Funktionsgleichung angeben?

a) SP (3|4) => f(x) =
b) SP (1|2) => f(x) =
c) SP (-2|1) => f(x) =
d) SP (2|-5) => f(x) =

Prima. Jetzt genieße deine Freizeit und bleib gesund.