

Lagebeziehung von Geraden bestimmen

Gib hier die beiden zu untersuchenden Geradengleichungen ein.

g: $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ h: $x = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

Frage 1. Zeigen die Richtungsvektoren in die gleiche Richtung?

bzw. Sind die Richtungsvektoren Vielfache voneinander (also das a-fache)?

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = a \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow 3 = -9a$ $\rightarrow a = -0,33$
 $\rightarrow -1 = 3a$ $\rightarrow a = -0,33$
 $\rightarrow 2 = -6a$ $\rightarrow a = -0,33$

Ja

Frage 2. Liegt ein Punkt von g auch auf h? (Punktprobe)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow 1 = 4 + (-9) \cdot s$ $\rightarrow s = 0,33$
 $\rightarrow 1 = 0 + 3 \cdot s$ $\rightarrow s = 0,33$
 $\rightarrow 0 = 2 + (-6) \cdot s$ $\rightarrow s = 0,33$

Ja

Ergebnis: Die Geraden sind identisch

Lagebeziehung von Geraden bestimmen

Gib hier die beiden zu untersuchenden Geradengleichungen ein.

g: $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ h: $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

Frage 1. Zeigen die Richtungsvektoren in die gleiche Richtung?

bzw. Sind die Richtungsvektoren Vielfache voneinander (also das a-fache)?

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = a \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow 3 = -9a$ $\rightarrow a = -0,33$
 $\rightarrow -1 = 3a$ $\rightarrow a = -0,33$
 $\rightarrow 2 = -6a$ $\rightarrow a = -0,33$

Ja

Frage 2. Liegt ein Punkt von g auch auf h? (Punktprobe)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow 1 = 2 + (-9) \cdot s$ $\rightarrow s = 0,11$
 $\rightarrow 1 = 0 + 3 \cdot s$ $\rightarrow s = 0,33$
 $\rightarrow 0 = 2 + (-6) \cdot s$ $\rightarrow s = 0,33$

Nein

Ergebnis: Die Geraden sind parallel

Lagebeziehung von Geraden bestimmen

Gib hier die beiden zu untersuchenden Geradengleichungen ein.

$$g: x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: x = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Frage 1. Zeigen die Richtungsvektoren in die gleiche Richtung?

bzw. Sind die Richtungsvektoren Vielfache voneinander (also das a-fache)?

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = a \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 4 = 2a \\ \rightarrow 2 = 4a \\ \rightarrow 2 = 5a \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow a = 2 \\ \rightarrow a = 0,5 \\ \rightarrow a = 0,4 \end{array}$$

Nein

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Frage 2. Hat das Gleichungssystem $g = h$ eine Lösung?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad - \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

* Addition des Gegenvektors statt Subtraktion des Vektors

Lineares Gleichungssystem in Tabellenform

	r	s	re. Seite
I	4	-2	4
II	2	-4	2
III	2	-5	2

Nebenrechnung

	r	s	re.S.
$1 \cdot I$	4	-2	4
$-2 \cdot II$	-4	8	-4
II'	0	6	0

	r	s	re. Seite
I	4	-2	4
II'	0	6	0
III	2	-5	2

$$6 \cdot s = 0 \quad \rightarrow \quad s = 0$$

Einsetzen in I:

$$\begin{array}{l} 4 \cdot r + -2 \cdot s = 4 \\ 4 \cdot r + -2 \cdot 0 = 4 \\ 4 \cdot r + 0 = 4 \quad | +0 \\ 4 \cdot r = 4 \quad | :4 \\ r = 1 \end{array}$$

Überprüfen in III: r und s einsetzen

$$\begin{array}{l} 2 \cdot r + -5 \cdot s = 2 \\ 2 \cdot 1 + -5 \cdot 0 = 2 \\ 2 + 0 = 2 \\ 2 = 2 \end{array}$$

\rightarrow hat Lösung

Ja

4. Schnittpunkt berechnen, indem man r einsetzt

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \text{SP } (5|3|4)$$

Ergebnis: Die Geraden schneiden sich

Lagebeziehung von Geraden bestimmen

Gib hier die beiden zu untersuchenden Geradengleichungen ein.

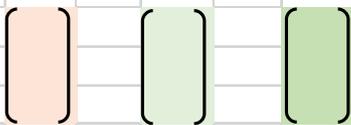
$$g: x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: x = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Frage 1. Zeigen die Richtungsvektoren in die gleiche Richtung?

bzw. Sind die Richtungsvektoren Vielfache voneinander (also das a-fache)?

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = a \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 4 = 2a \\ \rightarrow 2 = 4a \\ \rightarrow 2 = -1a \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow a = 2 \\ \rightarrow a = 0,5 \\ \rightarrow a = -2 \end{array}$$

Nein



Frage 2. Hat das Gleichungssystem g = h eine Lösung?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad - \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

* Addition des Gegenvektors statt Subtraktion des Vektors

Lineares Gleichungssystem in Tabellenform

	r	s	re. Seite
I	4	-2	1
II	2	-4	5
III	2	1	1

Nebenrechnung

	r	s	re.S.
1 · I	4	-2	1
-2 · II	-4	8	-10
II'	0	6	-9

	r	s	re. Seite
I	4	-2	1
II'	0	6	-9
III	2	1	1

$$6 \cdot s = -9 \quad \rightarrow \quad s = -1,5$$

Einsetzen in I:

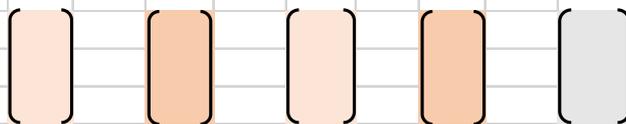
$$\begin{array}{l} 4 \cdot r + -2 \cdot s = 1 \\ 4 \cdot r + -2 \cdot -1,5 = 1 \\ 4 \cdot r + 3 = 1 \quad | -3 \\ 4 \cdot r = -2 \quad | :4 \\ r = -0,5 \end{array}$$

Überprüfen in III: r und s einsetzen

$$\begin{array}{l} 2 \cdot r + 1 \cdot s = 1 \\ 2 \cdot (-0,5) + 1 \cdot (-1,5) = 1 \\ -1 - 1,5 = 1 \\ -2,5 = 1 \end{array}$$

-> keine Lösung

Nein



Ergebnis: Die Geraden sind windschief