



6. Vertiefen und Vernetzen

Sammle mindestens **vier Sterne**, indem du die entsprechenden Aufgaben löst.

Aufgabe 1



Beschreibe die folgenden Situationen durch Zahlen und Rechnungen; du wirst sowohl positive als auch negative Zahlen benötigen.

- a) Annas Kontostand beträgt vierzig Euro. Ben hat doppelt so viel Geld. Claudi hingegen hat zwanzig Euro Schulden. Emil hat auch Schulden, aber nur halb so viele wie Claudi.
- b) Fabian taucht zwanzig Meter tief; seine Schwester Greta taucht doppelt so tief. Hans wollte nicht mit tauchen gehen, sondern ist stattdessen auf einen Berg gestiegen; er ist damit einhundert Meter oberhalb von Fabian.

Aufgabe 2



Zeichne je eine Zahlengerade und trage die folgenden beiden Werte ein. Bestimme dann mit dem Geodreieck den Mittelwert.

- a) 80 Minuten und $-2,5$ h
- b) $-2,5$ d und -30 h
- c) -4 € und 600 ct
- d) 1200 mm und $-0,003$ km

Sorge erst dafür, dass du zweimal dieselbe Einheit vor dir hast. Dann kannst du das Geodreieck so anlegen, dass die 0 genau in der Mitte liegt. Dort ist der Mittelwert.

Aufgabe 3



Hier sind zwei Folgen von Zahlen (als Terme geschrieben) angegeben. Erkenne das Schema. Wie lauten die nächsten beiden Terme? Berechne die Zahlen von allen zehn Termen. Was passiert mit den Zahlen, wenn wir die Folge immer weiter fortführen? Stelle eine Vermutung auf.

a)	$2 - \frac{1}{2}$	$2 - \frac{2}{2}$	$2 - \frac{3}{2}$		
b)	$\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{3}$	$\frac{1}{5} - \frac{1}{4}$		

Aufgabe 4



Finde und korrigiere die Fehler in folgenden Rechnungen:

- a) $-3 - (3 + 5) = -3 - 3 + 5 = -6 + 5 = -1$
- b) $-2 \text{ h} \cdot 3 + 200 \text{ min} = 6 \text{ h} + 200 \text{ min} = 6 \text{ h} + 2 \text{ h} = 8 \text{ h}$

Aufgabe 5



Gib in den Teilen (a) und (b) die dargestellten Zahlen als Wörter an und runde auf drei Stellen genau. Entscheide in allen Teilen, ob bei den Angaben sinnvolle Einheiten verwendet wurden; wandle ggf. in sinnvolle Einheiten um.

Von welchem Gebäude ist in Teil (b) die Rede; wo steht es? Recherchiere.

- a) Abstand Erde – Sonne: 149598023 km
- b) Höhe des höchsten Gebäudes der Welt: 829800 mm
- c) Länge Pharaomeise: 0,000002 km



Lösungen zu den Übungsaufgaben

Aufgabe 1



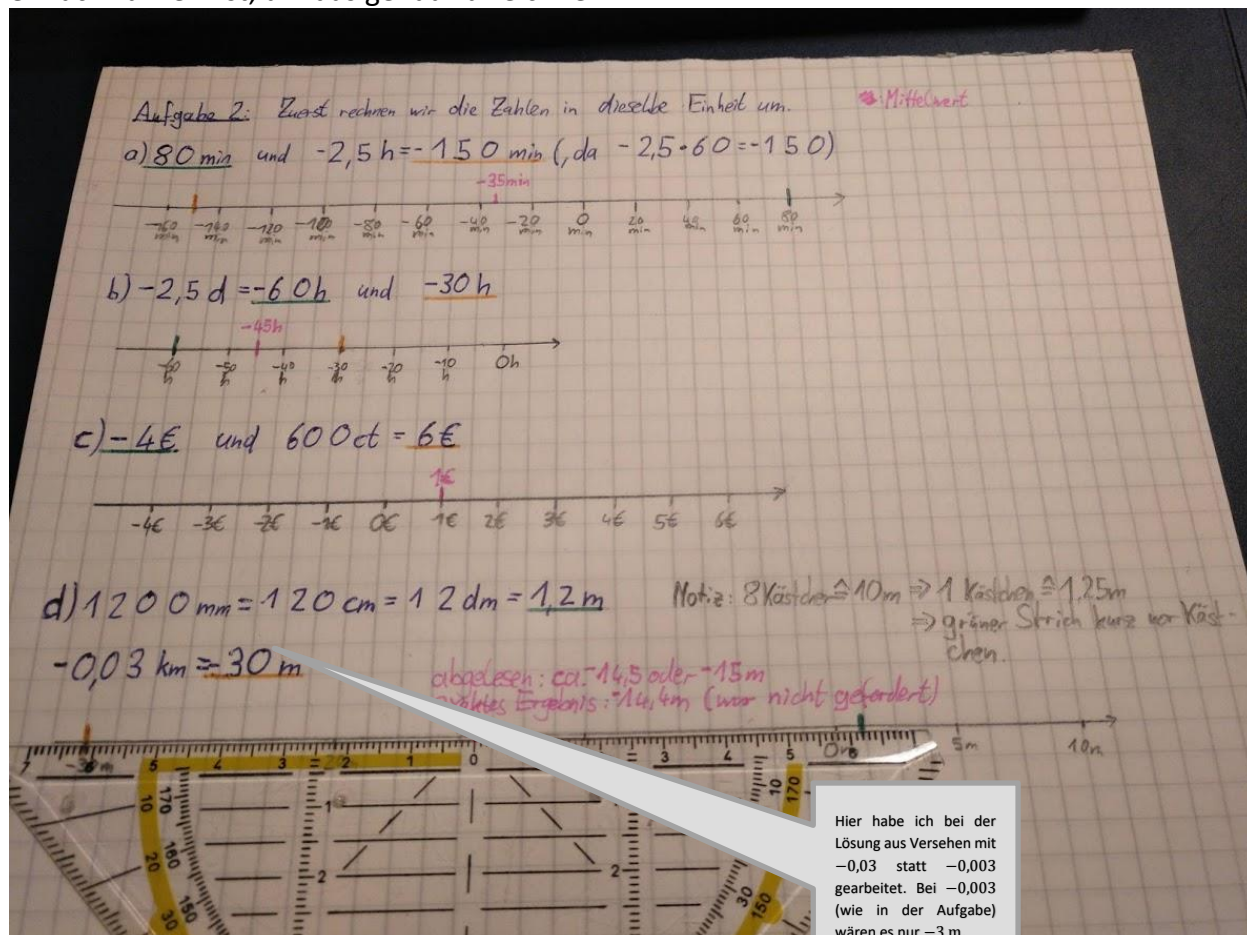
Bei dieser Aufgabe ist es sehr wichtig, an die Beschriftung zu denken. Einfach nur die Zahlen bringen noch nicht viel; es muss dazugeschrieben werden, welche Zahl welcher Größe (z.B. Annas Kontostand) entspricht.

- a) Annas Kontostand: 40 €
 Bens Kontostand: $40 € \cdot 2 = 80 €$
 Claudis Kontostand: $-20 €$
 Emils Kontostand: $-20 € : 2 = -10 €$ oder $-20 € \cdot \frac{1}{2} = -10 €$
- b) Fabians Höhe: -20 m
 Gretas Höhe: $-20 \text{ m} \cdot 2 = -40 \text{ m}$
 Hans' Höhe: $-20 \text{ m} + 100 \text{ m} = 80 \text{ m}$

Aufgabe 2



Zuerst rechnen wir die Zahlen in dieselbe Einheit um, dann wählen wir einen sinnvollen Maßstab (in der (a) z.B. 1 Kästchen $\hat{=}$ 10 min). Nach dem Eintragen der Zahlen legen wir das Geodreieck so an, dass die beiden eingezeichneten Werte links und rechts an derselben Stelle stehen. In der (a) steht z.B. links und rechts jeweils ungefähr 5,7. Dann ist der Mittelwert bei der 0 am Geodreieck, in diesem Fall bei -35 min . Das Anlegen des Geodreiecks wird im letzten Aufgabenteil demonstriert; hier ist die Bestimmung nur ungenau möglich, da das Geodreieck einfach zu klein ist, um das genau zu zeichnen.



Hier habe ich bei der Lösung aus Versehen mit $-0,03$ statt $-0,003$ gearbeitet. Bei $-0,003$ (wie in der Aufgabe) wären es nur -3 m .

Eventuelle Verwirrung tut mir leid!



Aufgabe 3

★★

Schritt 1: Wir müssen betrachten, was mit den einzelnen Zahlen passiert: In der oberen Folge wird der Zähler im Bruch immer um 1 größer. In der oberen Folge werden die Nenner beider Brüche um je 1 größer. Das können wir dann so fortführen.

Schritt 2: Dann rechnen wir alle Terme aus.

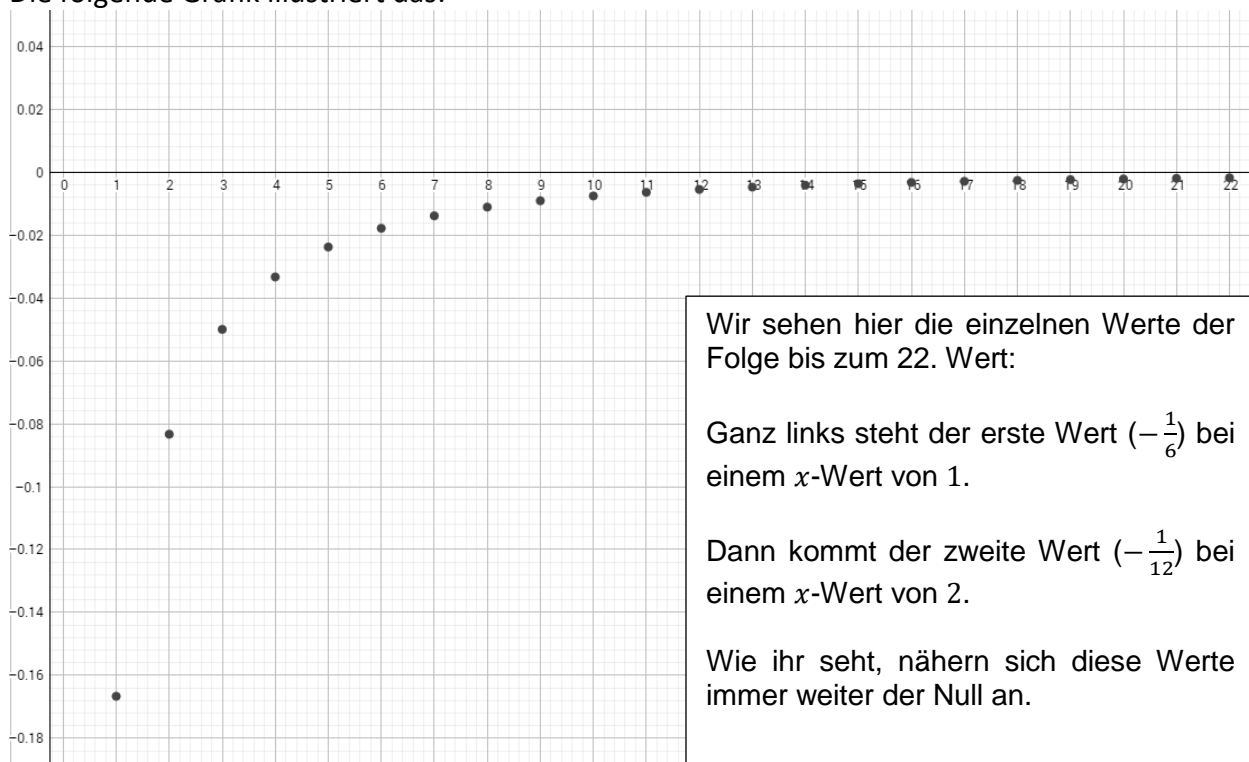
a)	$2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	$2 - \frac{2}{2} = 1$	$2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$	$2 - \frac{4}{2} = 0$	$2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$
b)	$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}$	$\frac{1}{5} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{20}$	$\frac{1}{6} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{30}$	$\frac{1}{7} - \frac{1}{6} = -\frac{1}{42}$

Hier war die Reihenfolge vertauscht.

Schritt 3: Nun sollen wir eine Vermutung abgeben, was passiert, wenn wir die Folgen fortsetzen.

Bei der ersten Folge ist es einfach; der Wert wird in jedem Schritt um $\frac{1}{2}$ kleiner. Wenn wir das immer weiter fortsetzen, bleibt der Wert damit negativ und wird immer kleiner und kleiner. Irgendwann ist er sogar kleiner als -100 , dann irgendwann kleiner als -1.000 und so weiter.

Bei der zweiten Folge ist das schon etwas komplizierter. Auch bei ihr sind alle weiteren Werte negativ, da der erste Bruch immer kleiner ist als der zweite (Nenner größer). Aber das Ergebnis wird nicht immer kleiner und kleiner wie bei der (a), sondern nähert sich immer weiter der 0 an. Die folgende Grafik illustriert das:



Wir sehen hier die einzelnen Werte der Folge bis zum 22. Wert:

Ganz links steht der erste Wert $(-\frac{1}{6})$ bei einem x -Wert von 1.

Dann kommt der zweite Wert $(-\frac{1}{12})$ bei einem x -Wert von 2.

Wie ihr seht, nähern sich diese Werte immer weiter der Null an.

Es war hier in Schritt 3 aber nur eine Vermutung gefordert. Es ist also nicht schlimm, wenn ihr nicht auf diese Ideen gekommen seid. In einigen Jahren werdet ihr dieses Thema in der Oberstufe wiedersehen und dann hoffentlich denken „Ah, das kenn ich noch aus der sechsten Klasse!“



Aufgabe 4

★★

- a) In der ersten Aufgabe wird die „Minus-Klammer“ einfach weggelassen. Das geht so nicht. Wir müssen den Klammerinhalt erst ausrechnen:

$$-3 - 8 = -11$$

- b) Hier wurde im ersten Schritt das Minus „verschluckt“. Im zweiten Schritt wurde die Minutenangabe falsch in Stunden umgerechnet. Die Zahl (200) wurde offensichtlich durch 100 geteilt. Wenn wir von einer kleinen zu einer größeren Einheit umrechnen, müssen wir auch tatsächlich durch die Umrechnungszahl dividieren. Die Umrechnungszahl zwischen Minuten und Stunden lautet aber 60 und nicht 100 (eine Stunde besteht aus 60 Minuten). Entsprechend müssen wir 200 durch 60 teilen; das ergibt $10/3$. Wir erhalten:

$$-2 \text{ h} \cdot 3 + 200 \text{ min} = -6 \text{ h} + \frac{10}{3} \text{ h} = -\frac{18}{3} \text{ h} + \frac{10}{3} \text{ h} = -\frac{8}{3} \text{ h}$$

Aufgabe 5

★★

- a) Als Wort: Einhundertneunundvierzig Millionen fünfhundertachtundneunzigtausenddreihundzwanzig Kilometer.

Runden auf drei Stellen: Die vierte Stelle ist eine 5, also muss aufgerundet werden. Da die dritte Stelle eine 9 ist, wird auch die zweite Stelle verändert:

$$150.000.000 \text{ km}$$

Bei so einer großen Zahl wäre es sinnvoll, eine größere Einheit zu verwenden. Wir haben jedoch keine größere Einheit kennengelernt. Tatsächlich gibt es noch größere Einheiten, z.B. Lichtsekunden und Lichtjahre. Ihr könnt selbst recherchieren, was das ist.

- b) Als Wort: Achthundertneunundzwanzigtausendachthundert Millimeter

Runden auf drei Stellen: Die vierte Stelle ist eine 8, also muss aufgerundet werden. Da die dritte Stelle eine 9 ist, wird auch die zweite Stelle verändert:

$$830000 \text{ mm}$$

Bei so einer großen Zahl wäre es sinnvoll, eine größere Einheit zu verwenden. Wir kennen größere Einheiten als Millimeter. Wir wandeln deshalb die Zahl schrittweise um:

$$829800 \text{ mm} = 82980 \text{ cm} = 8298 \text{ dm} = 829,8 \text{ m} = 0,8298 \text{ km}$$

Die Angabe in Meter ist die sinnvollste, da es sich um eine „handliche“ Zahl handelt und außerdem die meisten Gebäudehöhen in Metern angegeben werden; das vereinfacht also den Vergleich. Es handelt sich um dieses Gebäude:

https://de.wikipedia.org/wiki/Burj_Khalifa

- c) Bei einer so großen Zahl wäre es sinnvoll, eine kleinere Einheit zu verwenden. Das überrascht bei der Länge eines Insekts auch nicht. Wir wandeln die Zahl schrittweise um:

$$0,000002 \text{ km} = 0,002 \text{ m} = 0,02 \text{ dm} = 0,2 \text{ cm} = 2 \text{ mm}$$

Die Angabe in Millimeter ist am besten, da sie kein Komma benötigt. Wird die Länge mit anderen Ameisenlängen verglichen, wäre auch die Angabe in Zentimeter in Ordnung, damit alle Längen dieselbe Einheit verwenden. Alle anderen Einheiten sind an dieser Stelle nicht sinnvoll.