

## Wurzeln:

Ist  $a \geq 0$ , dann ist  $\sqrt{a}$  die positive Zahl, die mit sich selbst multipliziert (quadriert)  $a$  ergibt.

$$(\sqrt{a})^2 = a, (\sqrt{3})^2 = 3$$

## Rationale Zahlen:

Rationale Zahlen lassen sich als abbrechende oder nicht abbrechende periodische Dezimalbrüche darstellen.

$$\frac{5}{32} = 0,15625 \quad \frac{68}{33} = 2,0\overline{6}$$

## Irrationale Zahlen:

$\sqrt{2}$  lässt sich **nicht** als abbrechender oder nicht abbrechender periodischer Dezimalbruch darstellen.

$$\sqrt{2} = 1,41421356237309504880168\dots$$

$\sqrt{2}$  lässt sich aber durch eine **Intervallschachtelung** darstellen:

$$\begin{array}{l} 1 < \sqrt{2} < 2 \\ 1,4 < \sqrt{2} < 1,5 \\ 1,41 < \sqrt{2} < 1,42 \\ 1,414 < \sqrt{2} < 1,415 \end{array}$$

## Reelle Zahlen: $\mathbb{R}$

Menge der rationalen und irrationalen Zahlen



$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

## Heron Algorithmus:

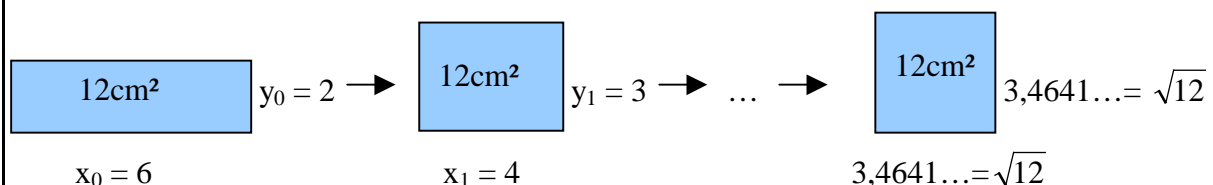
Der Heron-Algorithmus ist ein weiteres Verfahren zur Wurzelberechnung. Beim Heron-Algorithmus wird z.B. ein Rechteck mit dem Flächeninhalt  $12 \text{ cm}^2$  (bei Berechnung von  $\sqrt{12}$ ) schrittweise immer quadratischer gemacht. Dabei bleibt der Flächeninhalt erhalten.

### Beispiel:

Starte mit einem Rechteck mit dem Flächeninhalt  $12 \text{ cm}^2$ , z.B. mit der Breite  $x = 2 \text{ cm}$  und der Länge  $y = 6 \text{ cm}$ .

Verwandle jeweils das alte Rechteck in ein flächeninhaltsgleiches neues Rechteck:

- Neue Breite ist der Mittelwert aus „alter“ Breite und Länge
- Neue Länge ist der Flächeninhalt  $12 \text{ cm}^2$  dividiert durch die neue Breite.



## Wurzeln quadrieren: $(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$

Beispiel:  $(\sqrt{3})^2 = 3$        $(\sqrt{-3})^2$  nicht definiert

## Wurzeln von Quadraten: $\sqrt{a^2} = |a|$

Beispiel:  $\sqrt{3^2} = 3$        $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$