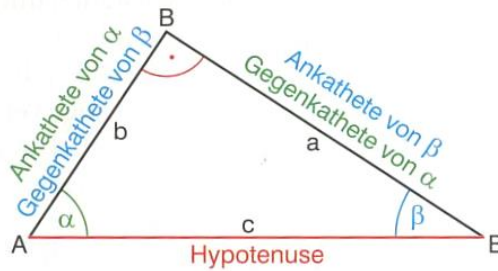


Trigonometrie

Die so genannten **trigonometrischen** bzw. **Winkel-Funktionen Sinus, Kosinus** und **Tangens** ordnen jedem spitzen Winkel in einem **rechtwinkligen** Dreieck ein entsprechendes Seitenverhältnis zu (siehe Tabelle).



Achtung: Die Gegenkathete und Ankathete hängt vom jeweils betrachteten Winkel ab!

Betrachter Winkel α		Betrachter Winkel β
$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$	Der Sinus eines Winkels ist das Verhältnis von Gegenkathete zur Hypotenuse.	$\sin(\beta) = \frac{b}{c}$
$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$	Der Kosinus eines Winkels ist das Verhältnis von Ankathete zur Hypotenuse.	$\cos(\beta) = \frac{a}{c}$
$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$	Der Tangens eines Winkels ist das Verhältnis von Gegenkathete zur Ankathete.	$\tan(\beta) = \frac{b}{a}$

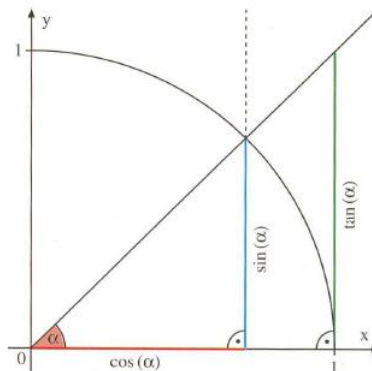
Merkhilfe:

Für die trigonometrischen Funktionen gilt: (Auflistung nach der Reihenfolge auf dem Taschenrechner)

$$\sin = \frac{G}{H} \quad \cos = \frac{A}{H} \quad \tan = \frac{G}{A} \quad \cot = \frac{A}{G} \quad \text{(GAGA-HühnerHof AG)}$$

mit: G = Gegenkathete, A = Ankathete, H = Hypotenuse

Darstellung der trigonometrischen Funktionen am Einheitskreis (Radius = 1):



Beziehungen zwischen trigonometrischen Funktionen:

Für alle Winkel α mit $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ gilt:

$$1) \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad *$$

$$2) \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad (\text{für } \alpha \neq 90^\circ)$$

* **Schreibweise:** Statt $(\sin(\alpha))^2$ schreibt man auch $\sin^2(\alpha)$. Analog schreibt man $\cos^2(\alpha)$ und $\tan^2(\alpha)$.

Vorgehensweise zur Berechnung von fehlenden Winkeln und Seiten am Dreieck:

Rechtwinkliges Dreieck?	Gegeben	mögliche Lösungsstrategie
ja	1 Seite, 2 Winkel	<ul style="list-style-type: none"> - 3. Winkel mit Winkelsummensatz - 2. Seite mit trigonometrischen Funktionen - 3. Seite mit Pythagoras
ja	2 Seiten, 1 Winkel	<ul style="list-style-type: none"> - 3. Seite mit Pythagoras - 2. Winkel mit trigonometrischen Funktionen - 3. Winkel mit Winkelsummensatz
nein	1 Seite, 2 Winkel	<ul style="list-style-type: none"> - 3. Winkel mit Winkelsummensatz - 2. Seite mit Sinussatz - 3. Seite mit Sinussatz
nein	2 Seiten, 1 Winkel (SWS)	<ul style="list-style-type: none"> - 3. Seite mit Kosinussatz - 2. Winkel mit Sinussatz/Kosinussatz - 3. Winkel mit Winkelsummensatz
nein	2 Seiten, 1 Winkel (SSW)	<ul style="list-style-type: none"> - 2. Winkel mit Sinussatz ← - 3. Winkel mit Winkelsummensatz - 3. Seite mit Kosinussatz/Sinussatz
nein	3 Seiten (SSS)	<ul style="list-style-type: none"> - 1. Winkel mit Kosinussatz - 2. Winkel mit Sinussatz - 3. Winkel mit Winkelsummensatz

Achtung:
bei sSW
hier zwei
Lösungen
 $\alpha' = 180^\circ - \alpha$

Formeln und Sätze zur Berechnung:

<p>Winkelsummensatz:</p> <p>In einem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel 180°, also:</p> $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Rechtwinkliges Dreieck	Allgemeines Dreieck
<p>Satz des Pythagoras:</p> $c^2 = a^2 + b^2$	<p>Kosinussatz:</p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \cos(\alpha)$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2 a c \cos(\beta)$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 a b \cos(\gamma)$
<p>Trigonometrische Funktionen:</p> $\sin = \frac{G}{H} \quad \cos = \frac{A}{H} \quad \tan = \frac{G}{A}$ <p>mit G=Gegenkathete, A=Ankathete, H=Hypotenuse</p>	<p>Sinussatz:</p> $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$