# Steckbriefaufgaben

Bei sogenannten Steckbriefaufgaben handelt es sich um die **Rekonstruktion von ganzrationalen Funktionen** aus gegebenen Eigenschaften, wie beim folgenden Beispiel:

**Bestimme die ganzrationale Funktion 3. Grades, deren Graph den Wendepunkt W (0|1) besitzt und den Hochpunkt H (1|2) hat.**

Man schreibt dazu als erstes die allgemeine Funktion des entsprechenden Grades auf, stellt aus den Eigenschaften jeweils Gleichungen auf und erhält so ein lineares Gleichungssystem. Dieses ist dann mit bekannten Verfahren, wie zum Beispiel dem Gauß-Verfahren zu lösen.

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ➡ Gleichungssystem ➡ $f(x) = -0.5x^3 + 1.5x + 1$

Bei den Eigenschaften gibt es welche, die sich auf die Punkte des Graphen beziehen. Dies sind Gleichungen, die f(x) betreffen. Eigenschaften, die die Steigung des Graphen betreffen, ergeben Gleichungen von f´(x). Und alles was sich um Wendepunkte und das Kurvenverhalten dreht, bezieht sich auf die zweite Ableitung f´´(x). In der folgenden Tabelle findest du die jeweils aufzustellenden Gleichungen zur entsprechenden Aussage.

| Aussage | Punkt | Steigung | Kurve |
|---|---|---|---|
| Der Funktionsgraph … | f(x) | f´(x) | f´´(x) |
| … geht durch den **Punkt** (2\|1) | $f(2) = 1$ | | |
| … verläuft durch den Ursprung | $f(0) = 0$ | | |
| … schneidet die x-Achse bei x = 3 | $f(3) = 0$ | | |
| … schneidet die y-Achse bei y = 5 | $f(0) = 5$ | | |
| … hat an der Stelle x = 5 die **Steigung** 2 | | $f'(5) = 2$ | |
| … ist bei x = 2 parallel zur Geraden y = 3x + 5 | | $f'(2) = 3$ | |
| … hat an der Stelle x = 4 eine **Extremstelle** | | $f'(4) = 0$ | |
| … hat im **Punkt** (3\|1) einen **Extrempunkt** | $f(3) = 1$ | $f'(3) = 0$ | |
| … berührt die x-Achse bei x = 2 | $f(2) = 0$ | $f'(2) = 0$ | |
| … hat bei x = 2 einen **Wendepunkt** | | | $f''(2) = 0$ |
| … hat im **Punkt** (5\|3) einen **Wendepunkt** | $f(5) = 3$ | | $f''(5) = 0$ |

Für unser Beispiel haben wir die allgemeine Funktion und ihre Ableitungen:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$
$$f''(x) = 6ax + 2b$$

**Erklärvideo**

Aus den Eigenschaften ergeben sich vier Gleichungen, die ein Gleichungssystem bilden. Dieses dann durch Umstellen und Einsetzen oder mit Hilfe des Gauß-Verfahrens lösen.

| | | |
|---|---|---|
| $f(0) = 1$ | $\Rightarrow$ | $d = 1$ |
| $f''(0) = 0$ | $\Rightarrow$ | $b = 0$ |
| $f(1) = 2$ | $\Rightarrow$ | $a + b + c + d = 2$ |
| $f'(1) = 0$ | $\Rightarrow$ | $3a + 2b + c = 0$ |

| | | |
|---|---|---|
| $f(0) = 1$ | $\Rightarrow$ | $d = 1$ |
| $f''(0) = 0$ | $\Rightarrow$ | $b = 0$ |
| $f(1) = 2$ | $\Rightarrow$ | $a + c = 1$ |
| $f'(1) = 0$ | $\Rightarrow$ | $3a + c = 0$ |
| $a + c = 1$ | $\Rightarrow$ | $c = 1 - a$ |
| $3a + c = 0$ | $\Rightarrow$ | $3a + (1 - a) = 0$ |
| | | $2a + 1 = 0$ |
| | | $a = -0{,}5 \quad \Rightarrow \quad c = 1{,}5$ |