Aufgaben mit Ebenen

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
Darstellung	$\vec{x} = \vec{p} + r\,\vec{u} + s\,\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
Beispiel	$\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$	$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
Spurpunkte			Zur grafischen Darstellung der Ebene die Spurpunkt berechnen. Zwei Koordinaten gleich 0 setzen und jeweils die dritte ausrechnen.
Beispiel			E: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ S_1: $2x_1 = 22 \Rightarrow S_1\,(11\|0\|0)$ S_2: $-x_2 = 22 \Rightarrow S_2\,(0\|-22\|0)$ S_3: $5x_3 = 22 \Rightarrow S_2\,(0\|0\|4{,}4)$
Punktprobe Liegt ein Punkt auf der Ebene?	- Ortsvektor des Punktes einsetzen - das LGS lösen. - Existiert r und s, so dass eine eindeutige Lösung existiert, dann liegt der Punkt auf E.	- Ortsvektor des Punktes einsetzen, - den Differenzvektor und das Skalarprodukt berechnen. - Kommt 0 raus, so liegt der Punkt auf E.	Punkt $(x_1\|x_2\|x_3)$ einsetzen
Beispiel gegeben: Punkt A(1|0|4)	I: 1 = 4 + r + 5s II: 0 = 1 + 2r III: 4 = 3 -2s ⇒ r = -0,5 aus II ⇒ s = -0,5 aus III ⇒ in I überprüfen ergibt 1=1 ⇒ A liegt auf der Ebene	$\left[\begin{pmatrix}1\\0\\4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = -6 + 1 + 5 = 0$ ⇒ A liegt auf der Ebene	$2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 + 5 \cdot 4 = 22$ ⇒ A liegt auf der Ebene
Ebenengleichung durch 3 Punkte	E: $\vec{x} = \overrightarrow{OA} + r\,\overrightarrow{AB} + s\,\overrightarrow{AC}$	-	- LGS für $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ aus den 3 Punkten $(x_1\|x_2\|x_3)$ aufstellen. - Den Wert d wählen und die Koeffizienten a, b und c berechnen.
Beispiel gegeben: Punkte A(3|1|4), B(2|2|3), C(3|3|1)	$\vec{x} = \begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\2\\-3\end{pmatrix}$	-	I: 3a + b + 4c = d II: 2a + 2b + 3c = d III: 3a + 3b + 1c = d LGS auf Stufenform ⇒ I: 3a + b + 4c = d II': -4b - c = -d III'': -7c = -d Wähle z.B. d = 14 Einsetzen ergibt ⇒ c = 2 ⇒ b = 3 ⇒ a = 1 ⇒ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 14$

	Parameterform	**Normalenform**	**Koordinatenform**
Darstellung	$\vec{x} = \vec{p} + r\,\vec{u} + s\,\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
Beispiel	$\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$	$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
Gerade in der Ebene angeben	- Stützvektor übernehmen, - als Richtungsvektor einen Spannvektor der Ebene wählen	- Stützvektor übernehmen, - als Richtungsvektor einen Vektor $\vec{u}$ suchen, für den gilt: $\vec{n}\cdot\vec{u} = 0$. Zwei Werte, z.B. n_2 und n_3 wählen und n_1 aus der Gleichung bestimmen.	-
Beispiel	g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$	$2u_1 - u_2 + 5u_3 = 0$ Wähle 2 Werte: z.B. $u_1 = 1$, $u_3 = 0$ $\Rightarrow u_2 = 2$ $\Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$	-
Gerade senkrecht zur Ebene angeben	- Stützvektor übernehmen, - als Richtungsvektor einen Vektor $\vec{n}$ suchen, für den gilt: $\vec{n}\cdot\vec{u} = 0$ und $\vec{n}\cdot\vec{v} = 0$. Einen Wert, z.B. n_3 wählen und n_1 und n_2 aus LGS bestimmen.	Stützvektor übernehmen, der Richtungsvektor der Gerade ist der Normalenvektor der Ebene	Für den Stützvektor einen Punkt der Ebene ermitteln. Richtungsvektor aus den Koeffizienten der Koordinatenform.
Beispiel	$\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix} = 0$ $\Rightarrow$ I: $n_1 + 2n_2 = 0$ II: $5n_1 - 2n_3 = 0$ Wähle 1 Wert, z.B. $n_3 = 5$ $\Rightarrow n_1 = 2$, $n_2 = -1$ $\Rightarrow$ g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}$	g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}$	Wähle 2 Werte z.B. $x_2 = x_3 = 0$ $\Rightarrow 2x_1 = 22$ $\Rightarrow x_1 = 11$ $\Rightarrow$ P (11|0|0) $\Rightarrow$ g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}11\\0\\0\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}$
Parallele Ebene durch gegebenen Punkt angeben	Ortsvektor von A als Stützvektor wählen, Richtungsvektoren behalten.	Ortsvektor von A als Stütz-vektor wählen, Normalenvektor behalten.	Punkt A (x_1|x_2|x_3) in die Ebene $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ einsetzen und das neue d berechnen.
Beispiel gegeben: Punkt A (4|2|7)	$\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\2\\7\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$	$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}4\\2\\7\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = 0$	A in $2x_1 - x_2 + 5x_3 = d$ $\Rightarrow 2\cdot4 - 1\cdot2 + 5\cdot7 = 41$ $\Rightarrow$ E: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 41$
Parallele Ebene angeben	- Einen Punkt finden, der nicht auf der Ebene liegt (siehe „Punktprobe“). - siehe „Parallele Ebene durch einen Punkt“	- Einen Punkt finden, der nicht auf der Ebene liegt (siehe „Punktprobe“). - siehe „Parallele Ebene durch einen Punkt“	- Einen Punkt finden, der nicht auf der Ebene liegt (siehe „Punktprobe“). - siehe „Parallele Ebene durch einen Punkt“ **ODER:** Den Wert auf der rechten Seite der Koordinatengleichung verändern.

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
Darstellung	$\vec{x} = \vec{p} + r\,\vec{u} + s\,\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
Beispiel	$\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$	$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
Lage Ebene-Gerade **ggf. Schnittpunkt mit Gerade bestimmen**	Ebene und Gerade gleichsetzen. Das entstehende LGS mit 3 Gleichungen und 3 Variablen lösen. Eine Lösung $\Rightarrow$ Schnittpunkt Keine Lösung $\Rightarrow$ Parallel ∞ viele Lösungen $\Rightarrow$ g in E		Die Koordinaten der Geradengleichung in die Ebenengleichung einsetzen und nach dem Parameter auflösen. Es gilt: Eine Lösung $\Rightarrow$ Schnittpunkt Keine Lösung $\Rightarrow$ Parallel ∞ viele Lösungen $\Rightarrow$ g in E
Beispiel gegeben: g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ 4 + r + 5s = -2 + 4t 1 +2r = 1 + t 3 - 2s = 3 + t $\Rightarrow$ r + 5s -4t = -6 2r -t = 0 -2s -t = 0 $\Rightarrow$ r + 5s -4t = -6 10s -7t = -12 t = 1 $\Rightarrow$ s = -0,5 , r = 0,5 Für den Schnittpunkt t in g einsetzen: SP (2|2|4) Bei 0·t = 0 $\Rightarrow$ g in E Bei 0·t = a (a$\in$ P) $\Rightarrow$ g||E		$\vec{x} = \begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow$ $x_1 = -2 + 4t$ $x_2 = 1 + t$ $x_3 = 3 + t$ in E: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ 2·(-2+4t) – (1+t) + 5·(3+t) = 22 $\Rightarrow$ -4 + 8t – 1 – t + 15 + 5t = 22 $\Rightarrow$ 12 t = 12 $\Rightarrow$ t = 1 Für den Schnittpunkt t in g einsetzen: SP (2|2|4) Bei 0·t = 0 $\Rightarrow$ g in E Bei 0·t = a (a$\in$ P) $\Rightarrow$ g||E
Lage Ebene-Ebene **Schnitt mit Ebene in Normalenform**		Sind die beiden Normalen-vektoren keine Vielfache voneinander, so schneiden sich die Ebenen. **Aber:** Die Schnittgerade kann nicht direkt angegeben werden.	
Beispiel gegeben: E_2: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}3\\2\\5\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix} = 0$		$\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}$ sind keine Vielfache $\Rightarrow$ Die Ebenen schneiden sich.	

	Parameterform	**Normalenform**	**Koordinatenform**
Darstellung	$\vec{x} = \vec{p} + r\,\vec{u} + s\,\vec{v}$	$[\vec{x}-\vec{p}]\cdot\vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
Beispiel	$\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$	$\left[\vec{x}-\begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
Lage Ebene-Ebene **Schnitt mit Ebene in Koordinatenform**	Die Ebene in Parametergleichung als drei Gleichungen auffassen und in die andere Ebene einsetzen. Gleichung lösen. Im Fall einer Lösung diese wieder in die Parametergleichung einsetzen. So erhält man die Gleichung der Schnittgerade.		Die beiden Ebenengleichungen bilden ein LGS mit 2 Gleichungen und 3 Variablen. Forme in Stufenform um und setze z.B. $x_3 = t$. Berechne aus der zweiten Gleichung x_2 und aus der ersten x_1 in Abhängigkeit von t. Durch Auffassen von $\vec{x}$ als $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$ erhält man die Gleichung der Schnittgerade.
Beispiel gegeben: E_2: $x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 14$	E_1 als drei Gleichungen: $x_1 = 4 + r + 5s$ $x_2 = 1 + 2r$ $x_3 = 3 - 2s$ Einsetzen in E_2: $x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 14$ $(4+r+5s) - 2(1+2r) + 7(3-2s) = 14$ $4 + r + 5s - 2 - 4r + 21 - 14s = 14$ $23 - 3r - 9s = 14$ $\mid -23$ $-3r - 9s = -9$ $\mid : (-3)$ $r + 3s = 3$ $\mid -3s$ $r = 3 - 3s$ In Parametergleichung einsetzen: $\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + (3-3s)\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} - 3s\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3\\6\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-3\\-6\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix}7\\7\\3\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}2\\-6\\-2\end{pmatrix}$ = Gleichung der Schnittgerade		I: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ II: $x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 14$ $\Rightarrow$ I: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ IIa: $3x_2 - 9x_3 = -6$ Setze: $x_3 = t$ Aus IIa folgt: $x_2 = -2 + 3t$ Aus I folgt: $2x_1 - (-2 + 3t) + 5t = 22$ $2x_1 + 2 - 3t + 5t = 22$ $\mid -2$ $2x_1 + 2t = 20$ $\mid -2t$ $2x_1 = 20 - 2t$ $\mid : 2$ $x_1 = 10 - t$ Auffassen von $\vec{x}$ als $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$: $\vec{x} = \begin{pmatrix}10-t\\-2+3t\\t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}10\\-2\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\3\\1\end{pmatrix}$ = Gleichung der Schnittgeraden

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
Darstellung	$\vec{x} = \vec{p} + r\,\vec{u} + s\,\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
Beispiel	$\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$	$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
Lage Ebene-Ebene **Schnitt mit Ebene in Parameterform**	Die beiden Ebenen gleichsetzen. Man erhält ein LGS mit 3 Gleichungen und 4 Variablen. Hat dieses keine Lösung, so sind die Ebenen parallel. Anderenfalls die letzte Gleichung (nach Stufenform) in die erste Ebene einsetzen. So erhält man die Gleichung der Schnittgerade.		Die Ebene in Parametergleichung als drei Gleichungen auffassen und in die andere Ebene einsetzen. Gleichung lösen. Im Fall einer Lösung diese wieder in die Parametergleichung einsetzen. So erhält man die Gleichung der Schnittgerade.
Beispiel gegeben: $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}$	$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$ $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}$ $4 + r + 5s = 6 + 2t + 3u$ $1 + 2r = 3 + t + 5u$ $3 - 2s = 2 + u$ $r + 5s - 2t - 3u = 2$ $2r \quad - t - 5u = 2$ $\quad - 2s \quad - u = -1$ $\Rightarrow$ in Stufenform: $r + 5s - 2t - 3u = 2$ $10s - 3t - u = 2$ $t + 2u = 1$ $\Rightarrow t = 1 - 2u$ In Ebenengleichung einsetzen: $\vec{x} = \begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix} + (1-2u)\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}-4\\-2\\0\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix}8\\4\\2\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}-1\\3\\1\end{pmatrix}$ = Geradengleichung der Schnittgerade		E_2 als drei Gleichungen: $x_1 = 6 + 2r + 3s$ $x_2 = 3 + r + 5s$ $x_3 = 2 + s$ Einsetzen in E_1: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ $2(6+2r+3s)-(3+r+5s)+5(2+s)=22$ $12+4r+6s-3-r-5s+10+5s = 22$ $3r + 6s + 19 = 22 \mid -19$ $3r + 6s = 3 \mid :3$ $r + 2s = 1 \mid -2s$ $r = 1-2s$ In Parametergleichung einsetzen: $\vec{x} = \begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix} + (1-2s)\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} - 2s\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-4\\-2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix}8\\4\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-1\\3\\1\end{pmatrix}$ = Geradengleichung der Schnittgerade

	Parameterform	Normalenform	Koordinatenform
Darstellung	$\vec{x} = \vec{p} + r\,\vec{u} + s\,\vec{v}$	$[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$	$ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$
Beispiel	$\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}$	$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = 0$	$2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$
Abstände **Abstand eines Punktes von der Ebene**	-	Normalen-Einheitsvektor und damit die **Hesse'sche Normalenform** bestimmen: $[\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n}_0 = 0$ Für den Abstand d zu Punkt R gilt: d = $\lvert[\vec{r} - \vec{p}] \cdot \vec{n}_0\rvert$	Für $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ und den Punkt R ($r_1\|r_2\|r_3$) gilt: d = $\left\lvert\frac{ar_1+br_2+cr_3-d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right\rvert$
Beispiel Gegeben: Punkt R (10|3|7)	-	E_{HNF}: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} = 0$ d = $\left\lvert\left[\begin{pmatrix}10\\3\\7\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}\right\rvert$ $= \left\lvert\begin{pmatrix}6\\2\\4\end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}\right\rvert$ $= \left\lvert\frac{1}{\sqrt{30}}(12 - 2 + 20)\right\rvert$ $= \left\lvert\frac{1}{\sqrt{30}} \cdot 30\right\rvert = \left\lvert\frac{30}{\sqrt{30}}\right\rvert = \sqrt{30}$	Mit E: $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 22$ gilt: d = $\left\lvert\frac{ar_1+br_2+cr_3-d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right\rvert$ $= \left\lvert\frac{2\cdot10-1\cdot3+5\cdot7-22}{\sqrt{2^2+(-1)^2+5^2}}\right\rvert$ $= \left\lvert\frac{20-3+35-22}{\sqrt{4+1+25}}\right\rvert$ $= \left\lvert\frac{30}{\sqrt{30}}\right\rvert = \sqrt{30}$
Abstände **Abstand einer parallelen Geraden zur Ebene**	-	- Punkt auf der Geraden bestimmen (siehe Punktprobe) - Abstand des Punktes von der Ebene ermitteln (siehe oben)	- Punkt auf der Geraden bestimmen (siehe Punktprobe) - Abstand des Punktes von der Ebene ermitteln (siehe oben)