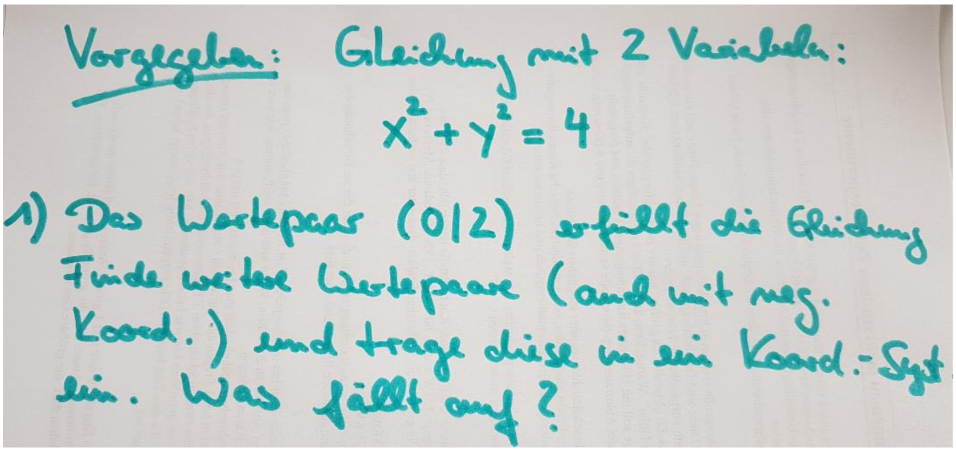
KW19; MSS 12; Mathematik LK; Einstieg in die Kreis- und Kugelgleichung

Liebe 12!

Jetzt ist es nur noch eine Woche und wir starten wieder in die Präsenzphase des Unterrichtens ein. Wir werden den Stoff aus den letzten Wochen grob durchgehen und Substitution und Volumen von Rotationskörpern an einem Beispiel besprechen. Auch müssen wir noch eine KA schreiben. Da warte ich auf nähere Infos der Stufenleitung. Fest steht, dass wir nur 90 Minuten also in unserer Doppelstunde schreiben werden.

Ich wollte nun mit euch die Stochastik anfangen. Nach reichlicher Überlegung habe ich mich aus „didaktischen Gründen“ dagegen entschieden. Dieses Teilgebiet ist doch ganz anders geartet als Analysis und Geometrie und ich würde das gerne im Präsenzunterricht auf sichere Beine stellen und mir während des Unterrichtens auch immer wieder die Rückversicherung einholen, dass ihr die neuen mathematische Begriffe verinnerlicht und verstanden habt. Das ist im Onlineunterricht schwer. Weil sich unser letztes Geometriethema in vielen Gedankengängen an alte Rechenschemata anlehnt, werden wir also nun auch die Geometrie mit dem Thema „Kreise und Kugeln“ abschließen.

➔ Neue Seite; Neue Römische Überschrift „IV Kreise und Kugeln“
und die erste Kapitelüberschrift „1. Die Kreis- und Kugelgleichung“
Einstiegsüberlegung:



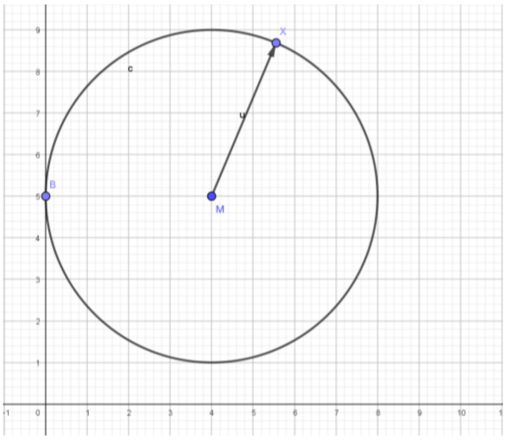
Vorgegeben: Gleichung mit 2 Variablen:

$$x^2+y^2=4$$

1) Das Wertepaar (0|2) erfüllt die Gleichung
Finde weitere Wertepaare (auch mit neg. Koord.) und trage diese in ein Koord.-Syst. ein. Was fällt auf?

2) Damit haben wir eine erste Kreisgleichung. Der Radius r des Kreises beträgt 2. Damit ist eine erste Verallgemeinerung einer Kreisgleichung mit Radius r: k: $x^2+y^2=r^2$

3) Natürlich ist der Mittelpunkt eines Kreises nicht immer im Ursprung. Diese Verallgemeinerung soll hier ergänzt werden:



Es gilt: Ein Punkt X liegt genau dann auf der Kreislinie, falls

$|\overrightarrow{MX}| = 4$ bzw. allg. $|\underbrace{\overrightarrow{MX}}_{\text{Verbindungsvektor}}| = r$

$\Rightarrow \left| \begin{pmatrix} x_1 - m_1 \\ x_2 - m_2 \end{pmatrix} \right| = r$

Betrag umsetzen $\Rightarrow \sqrt{(x_1 - m_1)^2 + (x_2 - m_2)^2} = r \quad | \, ()^2$

$\Rightarrow (x_1 - m_1)^2 + (x_2 - m_2)^2 = r^2$

Für den Ursprung als Mittelpunkt ergibt sich die Ausgangsgleichung!

4) Für die räumliche Situation ergibt sich mittels analoger Überlegungen die Gleichung einer Kugel.

→ Übernimm jetzt zusammenfassend S.375 Kasten unten.

- ➔ Jetzt Üben: Zum Einstieg die Gleichung: S.375, 1+2 (Hinweis: Bin Formel)+3b+4cd (wieder Bin Formel)+6 … bei Problemen… die Beispiele von S. 376 oben können helfen.
- ➔ Jetzt etwas komplexer: Nummer 10b+c, S. 377; toll… hier braucht man die schon bekannte Abstandsbestimmung eines Punktes von einer Ebene wieder
- ➔ Und abschließend zwei LK-Aufgaben (wichtig auch hinsichtlich einer Kursarbeit…) 11+12b

Die beiden letzten Aufgaben sind ambitioniert. Versuche zunächst ohne die vorgegebene Lösung die Aufgaben zu schaffen. Erst wenn du nicht mehr weiter weißt, nutze die Lösungen!

11 a) Gerade durch die Punkte A und B:

g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

Kugelgleichung K: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -8-4t \\ 5+3t \\ 7+3t \end{pmatrix}\right]^2 = r^2$

b) K_1: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}\right]^2 = 36$, K_2: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}\right]^2 = 36$

Abstand der Mittelpunkte beträgt:
$|\overline{M_1M_2}| = \sqrt{136} \approx 11{,}66 < 12 = 2r$

12 a) 1. Lösung mithilfe der Mittelsenkrechten:

$M_{AB}\left(\frac{5}{2} \middle| -\frac{3}{2}\right)$;

Normalenvektor zu $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$ ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Gleichung von m_{AB}: $x = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$

$M_{BC}\,(1|-6)$;
Normalenvektor zu $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Gleichung von m_{BC}: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Schnittpunkt $\begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$,

also $\begin{aligned} 7t - s &= -\tfrac{3}{2} \\ t - 2s &= -\tfrac{9}{2} \end{aligned}$, damit $t = -\frac{1}{2}$; $s = -2$.

Damit ist $M(-1|-2)$; $r = \overline{MA} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.
2. Lösung durch Einsetzen:
Ansatz Kreis: $x_1^2 + x_2^2 + a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c = 0$

So… jetzt sind wir hier erstmal durch. Wir werden uns gleich am Montag in den ersten Stunden wiedersehen. Bringt euere Coronalösungen mit. Stand jetzt werden wir wie oben angekündigt die Integrationsaufgaben angehen aber recht zügig dann auch zu den Kugeln wechseln.

Gruss und Motivation für die letzten Meter Homeschooling (Part I)

Clemens Straßer