

Umformungen quadratischer Funktionen

Aufgabe 1:

Forme in die jeweilige Form um.

a) In Scheitelpunktform: $f(x) = (x-4) \cdot (x-5)$

b) In faktorisierte Form: $f(x) = (x - 2)^2 - 4$

c) In faktorisierte Form: $f(x) = (x + 4)^2 - 9$

d) In Scheitelpunktform: $f(x) = (x+5) \cdot (x+2)$

e) In Normalform: $f(x) = (x-2) \cdot (x+4)$

f) In faktorisierte Form: $f(x) = (x + 3)^2 - 9$

g) In Scheitelpunktform: $x^2 + 7x + 12$

h) In Scheitelpunktform: $x^2 - 6x + 8$

i) In Scheitelpunktform: $f(x) = (x+5) \cdot (x-4)$

Lösung:

Aufgabe 1:

a) Scheitelpunkt (SP) in der Mitte der Nullstellen
 $x_S = [4 + 5] : 2 = 9 : 2 = 4,5$
y-Koordinate des SP als Funktionswert $f(x_S)$
 $f(4,5) = (4,5-4) \cdot (4,5-5) = (0,5) \cdot (-0,5) = -0,25$
 $f(x) = (x - 4,5)^2 - 0,25$

b) $(x - 2)^2 - 4 = 0 \quad | +4$
 $(x - 2)^2 = 4 \quad | \sqrt{\quad}$
 $x - 2 = 2 \quad | +2 \quad \text{und} \quad x - 2 = -2 \quad | +2$
 $x = 4 \quad \text{und} \quad x = 0$
 $f(x) = (x - 4) \cdot x$

c) $(x + 4)^2 - 9 = 0 \quad | +9$
 $(x + 4)^2 = 9 \quad | \sqrt{\quad}$
 $x + 4 = 3 \quad | -4 \quad \text{und} \quad x + 4 = -3 \quad | -4$
 $x = -1 \quad \text{und} \quad x = -7$
 $f(x) = (x + 1) \cdot (x + 7)$

d) Scheitelpunkt (SP) in der Mitte der Nullstellen
 $x_S = [-5 + (-2)] : 2 = -7 : 2 = -3,5$
y-Koordinate des SP als Funktionswert $f(x_S)$
 $f(-3,5) = (-3,5+5) \cdot (-3,5+2) = (1,5) \cdot (-1,5) = -2,25$
 $f(x) = (x + 3,5)^2 - 2,25$

e) Ausmultiplizieren
 $(x-2) \cdot (x+4)$
 $= x^2 + 4x - 2x - 8$
 $= x^2 + 2x - 8$

f) $(x + 3)^2 - 9 = 0 \quad | +9$
 $(x + 3)^2 = 9 \quad | \sqrt{\quad}$
 $x + 3 = 3 \quad | -3 \quad \text{und} \quad x + 3 = -3 \quad | -3$
 $x = 0 \quad \text{und} \quad x = -6$
 $f(x) = x \cdot (x + 6)$

g) Quadratische Ergänzung
 $x^2 + 7x + 12$
 $= x^2 + 7x + 12,25 - 12,25 + 12$
 $= (x + 3,5)^2 - 0,25$

h) Quadratische Ergänzung
 $x^2 - 6x + 8$
 $= x^2 - 6x + 9 - 9 + 8$
 $= (x - 3)^2 - 1$

Scheitelpunkt (SP) in der Mitte der Nullstellen
 $x_S = [-5 + 4] : 2 = -1 : 2 = -0,5$
y-Koordinate des SP als Funktionswert $f(x_S)$
 $f(-0,5) = (-0,5+5) \cdot (-0,5-4) = (4,5) \cdot (-4,5) = -20,25$
 $f(x) = (x + 0,5)^2 - 20,25$