

## Lernkontrolle: Lagebeziehung Ebene und Gerade

### Aufgabe 1: Lagebeziehung von Ebene und Gerade

Bestimme die Lagebeziehung und gib ggf. den Schnittpunkt an.

a) E:  $-1 x_1 + 2 x_2 - 1 x_3 = 1$       g:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 13 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) E:  $-1 x_1 - 2 x_2 + 1 x_3 = 1$       g:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -9 \end{pmatrix}$

c) E:  $-5 x_1 + 5 x_2 - 1 x_3 = 5$       g:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$

d) E:  $-1 x_1 + 1 x_2 + 1 x_3 = 2$       g:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$

Ein Erklärvideo dazu findest du unter dem folgenden Link.



## Lösungen:

### Aufgabe 1: Lagebeziehung von Ebene und Gerade

a) g: 
$$\begin{aligned} x_1 &= -1 - 2r \\ x_2 &= -5 - 1r \\ x_3 &= 13 + 0r \end{aligned}$$

**Einsetzen in die Ebenengleichung:**

$$\begin{aligned} -1 \cdot (-1 - 2r) + 2 \cdot (-5 - 1r) - 1 \cdot (13 + 0r) &= 1 \\ 1 + 2r - 10 - 2r - 13 + 0r &= 1 \\ -22 + 0r &= 1 \quad | +22 \\ 0r &= 23 \end{aligned}$$

nicht lösbar => g parallel zu E

$$\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

b) g: 
$$\begin{aligned} x_1 &= 0 + 5r \\ x_2 &= 2 - 5r \\ x_3 &= 6 - 9r \end{aligned}$$

**Einsetzen in die Ebenengleichung:**

$$\begin{aligned} -1 \cdot (0 + 5r) - 2 \cdot (2 - 5r) + 1 \cdot (6 - 9r) &= 1 \\ 0 - 5r - 4 + 10r + 6 - 9r &= 1 \\ 2 - 4r &= 1 \quad | -2 \\ -4r &= -1 \quad | :(-4) \\ r &= 0,25 \end{aligned}$$

Schnittpunkt bestimmen:

$$OS = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + 0,25 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,3 \\ 0,8 \\ 3,8 \end{pmatrix}$$

=> S (1,25|0,75|3,75)

c) g: 
$$\begin{aligned} x_1 &= -3 - 5r \\ x_2 &= -4 - 4r \\ x_3 &= 10 + 5r \end{aligned}$$

**Einsetzen in die Ebenengleichung:**

$$\begin{aligned} -5 \cdot (-3 - 5r) + 5 \cdot (-4 - 4r) - 1 \cdot (10 + 5r) &= 5 \\ 15 + 25r - 20 - 20r - 10 - 5r &= 5 \\ -15 + 0r &= 5 \quad | +15 \\ 0r &= 20 \end{aligned}$$

nicht lösbar => g parallel zu E

$$\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

d) g: 
$$\begin{aligned} x_1 &= 3 - 1r \\ x_2 &= 0 - 3r \\ x_3 &= 5 + 7r \end{aligned}$$

**Einsetzen in die Ebenengleichung:**

$$\begin{aligned} -1 \cdot (3 - 1r) + 1 \cdot (0 - 3r) + 1 \cdot (5 + 7r) &= 2 \\ -3 + 1r + 0 - 3r + 5 + 7r &= 2 \\ 2 + 5r &= 2 \quad | -2 \\ 5r &= 0 \quad | :5 \\ r &= 0 \end{aligned}$$

Schnittpunkt bestimmen:

$$OS = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

=> S (3|0|5)