3. Flächeninhalt eines Rechtecks

Wir haben in den vergangenen Aufgaben bereits oft Flächeninhalte von Rechtecken – oder Figuren, die aus mehreren Rechtecken bestehen – bestimmt. Dabei ergibt es keinen Sinn, immer alle Kästchen zu zählen – das dauert einfach sehr lange. Die meisten von euch haben dafür auch bereits eine cleverere Methode verwendet, die wir im folgenden Tafelbild darstellen. **Übernehmt das Tafelbild mit der Überschrift „3. Flächeninhalt eines Rechtecks" in euer Heft.** Wenn ihr das Arbeitsblatt druckt und einklebt, müsst ihr das Tafelbild nicht zusätzlich abschreiben.

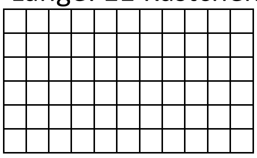
3. Flächeninhalt eines Rechtecks

Merke:
Den Flächeninhalt eines Rechtecks (als Anzahl der Kästchen) können wir berechnen, indem wir die Länge des Rechtecks (Anzahl der Kästchen) mit der Breite (Anzahl der Kästchen) multiplizieren.

Wir schreiben auch: $\textbf{Länge} \cdot \textbf{Breite} = \textbf{Flächeninhalt}$ (eines Rechtecks)

Beispiel:

Länge: 11 Kästchen



Breite: 6 Kästchen

Flächeninhalt: $11 \cdot 6 = 66$ Kästchen

Übungsaufgaben zu „3. Flächeninhalt eines Rechtecks"

Aufgabe 1 verpflichtend

a) Zeichne in dein Heft ein Rechteck mit einer Länge von 13 Kästchen und einer Breite von 4 Kästchen und bestimme den Flächeninhalt.
b) Ein Rechteck habe einen Flächeninhalt von 60 Kästchen. Es ist 5 Kästchen breit. Wie lang ist es? Schreibe als Rechnung. Zeichne das Rechteck.
c) Zeichne verschiedene Rechtecke mit einem Flächeninhalt von 24 Kästchen, sodass nur volle Kästchen verwendet werden. Wie viele unterschiedliche Möglichkeiten findest du?

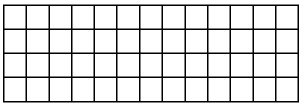
Aufgabe 2 freiwillig

a) Es gibt mehrere Möglichkeiten, ein Rechteck mit einem Flächeninhalt von 36 Kästchen zu erstellen. Bei welcher Möglichkeit ist die Summe aus Länge und Breite möglichst gering? Zeige, indem du mit verschiedenen anderen Rechtecken desselben Flächeninhalts vergleichst. Du musst die Rechtecke dafür nicht zeichnen; du benötigst nur eine Rechnung.
b) Wir haben gesehen, dass es für einen vorgegebenen Flächeninhalt verschiedene Rechtecke geben kann, auch wenn wir nur volle Kästchen benutzen wollen; also Länge und Breite jeweils eine natürliche Anzahl von Kästchen sind. Bei welchen Zahlen gibt es nur ein mögliches Rechteck? (gedrehte Versionen desselben Rechtecks nicht mitgezählt)

Lösungen der Übungsaufgaben zu „3. Flächeninhalt eines Rechtecks“

Aufgabe 1 verpflichtend

a) Flächeninhalt: $13 \cdot 4 = 52$



b) $\text{Länge} \cdot \text{Breite} = \text{Flächeninhalt}$. Dann gilt: $\text{Länge} = \frac{\text{Flächeninhalt}}{\text{Breite}} = \frac{60}{5} = 12$. Wir können das leicht nachprüfen: $12 \cdot 5 = 60$.

c) Statt die Rechtecke zu zeichnen, gebe ich euch die verschiedenen Längen und Breiten an. Wir erhalten sie schlicht als Teiler von 24. Wenn euch das nicht mehr so bekannt vorkommt, solltet ihr das Thema wiederholen. Die Teiler von 24 lauten 24, 12, 8, 6, 4, 3, 2 und 1. Es gibt immer Paare von Teilern, deren Produkt 24 beträgt:
$$24 \cdot 1 = 12 \cdot 2 = 8 \cdot 3 = 6 \cdot 4 = 4 \cdot 6 = 3 \cdot 7 = 2 \cdot 12 = 1 \cdot 24$$
Das sind dann auch die entsprechenden Rechtecke, wobei der erste Faktor die Länge und der zweite die Breite angibt. Wir zählen also acht solche Rechtecke, weil es acht Teiler von 24 gibt. Allerdings sind je zwei solcher Rechtecke nur gedreht! Beispielsweise das erste Rechteck ist 24 Kästchen lang und eines breit, das letzte genau umgekehrt. Weil das letztlich dasselbe ist, sagen wir also, dass es nur vier verschiedene Rechtecke gibt.

Aufgabe 2 freiwillig

a) Das gesuchte Rechteck hat eine Länge und Breite von jeweils 6 Kästchen. Eine kurze Überprüfung zeigt, dass der Flächeninhalt $6 \cdot 6 = 36$ Kästchen besteht. Die Summe aus Länge und Breite beträgt 12. Bei anderen Rechtecken mit demselben Flächeninhalt – z.B. Länge 4 und Breite 9, Länge 3 und Breite 12, Länge 2 und Breite 18 – ist diese Summe größer. Wir erkennen dabei: Die Summe wird immer größer, je mehr sich Länge und Breite unterscheiden.

b) In der Lösung zu Aufgabe 1c) wird bereits der Zusammenhang zu Teilern erklärt. Die gesuchten Zahlen sind deshalb 1 und alle Primzahlen. Primzahlen haben immer nur zwei Teiler: 1 und sich selbst. Wir können dann nur diese beiden Teiler als Länge und Breite wählen. Das ergibt zwei Rechtecke, wobei sie nur gedreht zueinander sind. Deshalb sprechen wir nur von einem Rechteck. Beispiel: 5 ist eine Primzahl. Wir erhalten die folgenden Rechtecke, die sich aber nur durch eine Drehung unterscheiden.