



Vertiefung und Vernetzung zu „2. Flächeninhalte“

Sammle mindestens 6 Sterne; bearbeite dabei mindestens eine der Aufgaben 3 und 4.

Aufgabe 1

★★

Im Folgenden sehr ihr Grundrisse verschiedener Räume in einem Haus.

- Welchen Raum hättet ihr am Liebsten als Kinderzimmer? Warum?
- Bestimme die Flächeninhalte der Räume.
- Obwohl es 16 Räume sind, kommen nur sechs verschiedene Flächeninhalte vor. Berechne für die einzelnen vorkommenden Flächeninhalte (10 Kästchen, 14 Kästchen, 16 Kästchen, 20 Kästchen, 22 Kästchen, 25 Kästchen) die relativen Häufigkeiten und stelle sie in einem Kreisdiagramm dar. Man soll am Kreisdiagramm also erkennen können, welcher Anteil der abgebildeten Räume aus 10/14/16/20/22/25 Kästchen besteht.

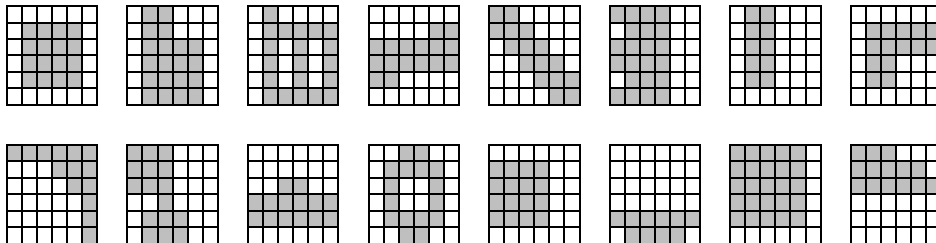


Wir müssen zuerst für die einzelnen Raumgrößen die absolute Häufigkeit bestimmen. Daraus berechnen wir dann die relative Häufigkeit und den Winkel. Es gibt dazu ein Video.

- Jakob sagt, dass die Räume zu klein sind. Im Durchschnitt hätte man gerade einmal 16 Kästchen zur Verfügung. Hat er recht?



„Durchschnitt“ ist nur ein anderes Wort für den Mittelwert. Schau dir noch einmal das Video dazu an, wenn du Probleme hast, den Mittelwert zu berechnen.



Aufgabe 2

★★

Zeichne in dein Heft

- drei Figuren aus je 24 Kästchen; färbe dann in der ersten Figur $\frac{1}{2}$, in der zweiten Figur $\frac{1}{3}$ und in der dritten Figur $\frac{1}{4}$ der Kästchen ein,
- eine Figur aus 20 Kästchen; färbe in ihr mit verschiedenen Farben $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ der Kästchen ein, sodass das jeweils verschiedene Kästchen sind,
- drei weitere beliebige Figuren und färbe selbst gewählte Bruchteile ein.

Achte bei allen Aufgabenteilen darauf, dass du an der Figur beschriftest, welchen Bruchteil du mit welcher Farbe einfärbst und um wie viele Kästchen es sich handelt. Aufgabenteil (b) veranschaulicht eine Additionsaufgabe mit Brüchen – welche?




Aufgabe 3

★★

Den Flächeninhalt der folgenden Figur kann man gut als Term darstellen (vgl. Lösung von A3 auf AB2). Die Farben können dabei helfen.

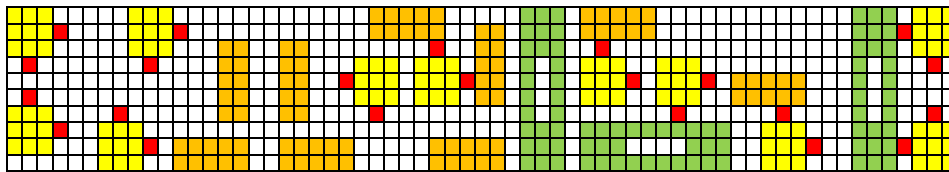
- a) Stelle den zugehörigen Term auf.



11 multiplizieren. Dann addieren wir ...

Erstelle erst einen Term für die gelben Quadrate mit den beiden roten Punkten. Es gibt davon 11 Exemplare; wir müssen den Term also mit 11 multiplizieren. Dann addieren wir ...

- b) Zeichne hierzu einen Rechenbaum (vgl. WDH von letzter Woche)
c) Berechne damit den Flächeninhalt.



Aufgabe 4

★★

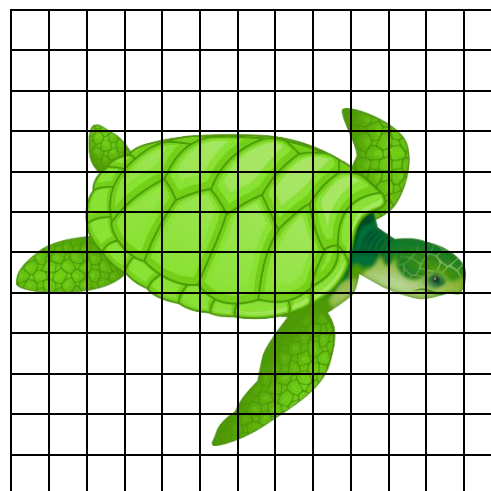
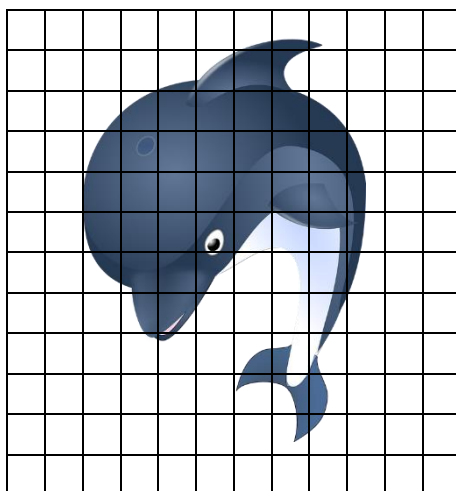
Es folgten zwei Beschreibungen von Flächen. Stelle aus der Beschreibung einen Term auf und löse ihn. Zeichne eine Fläche mit dem jeweiligen Flächeninhalt, die aus dieser Beschreibung hervorgehen könnte. Was fällt dir in Teil (b) auf?


- a) Zuerst färbe ich ein Rechteck aus 28 Kästchen ein. Dann entferne ich im Rechteck wieder 3 Kästchen. Nun färbe ich zusätzlich noch 6 Quadrate à 4 Kästchen. Zuletzt entferne ich nochmal fünf eingefärbte Kästchen.
b) Zuerst färbe ich 2 Rechtecke à 6 Kästchen ein. Zusätzlich färbe ich 5 Einzelkästchen ein. Nun entferne ich viermal je 5 Kästchen.

Aufgabe 5

★★★

Hier sind zwei Bilder von Tieren. Wie groß ist der Flächeninhalt jeweils? Beschreibe genau, wie du vorgegangen bist. Kann man damit eindeutig entscheiden, welche Figur größer ist?





Wir können den Flächeninhalt hier nicht genau bestimmen; dafür ist das Gitter nicht fein genug. Aber wir können zählen, wie viele Kästchen komplett oder nur halb (...) abgedeckt sind.



Lösungen der Vertiefungsaufgaben zu „2. Flächeninhalte“

Aufgabe 1

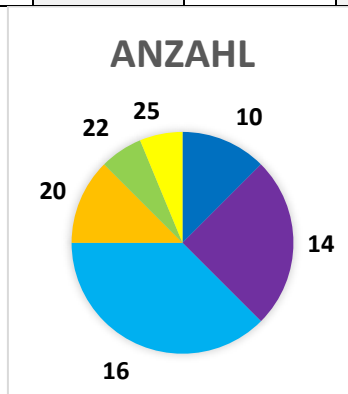
- a) Eine sinnvolle Antwort wäre der vorletzte Raum; schließlich ist er am größten. Oder vielleicht auch der kleinste Raum, damit man weniger putzen muss? Oder vielleicht wollt ihr auch den zehnten Raum, weil er aus zwei Teilen besteht, in die man unterschiedliche Dinge stellen kann? Es gibt viele Möglichkeiten.

- b) Abzählen¹ ergibt:

16	20	20	16	16	22	10	14
14	16	14	16	16	10	25	14

- c) Gesamtanzahl: 16

Raumgröße	10	14	16	20	22	25
Abs. Häufigkeit	2	4	6	2	1	1
Rel. Häufigkeit	$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$	$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$	$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
Winkel	$\frac{1}{8} \cdot 360^\circ = 45^\circ$	$\frac{1}{4} \cdot 360^\circ = 90^\circ$	$\frac{3}{8} \cdot 360^\circ = 135^\circ$	$\frac{1}{8} \cdot 360^\circ = 45^\circ$	$\frac{1}{16} \cdot 360^\circ = 22,5^\circ$	$\frac{1}{16} \cdot 360^\circ = 22,5^\circ$



- d) Summe der Flächeninhalte: $2 \cdot 10 + 4 \cdot 14 + 6 \cdot 16 + 2 \cdot 20 + 1 \cdot 22 + 1 \cdot 25 = 259$.

Mittelwert: $\frac{\text{Summe}}{\text{Anzahl}} = \frac{259}{16} = 16,1875$.

Der Durchschnitt ist also größer als 16; Jakob hat unrecht. Vielleicht hat er im Mathematik-Unterricht nicht aufgepasst und Mittelwert und Median verwechselt? Wenn es euch auch so ging, dann schaut euch nochmal die entsprechenden Videos an. Der Median beträgt hier tatsächlich 16. Dafür sortieren wir die Liste und nehmen den Wert in der Mitte. Dort stehen zwei Werte (beide 16); der Median ist dann deren Mittelwert, also wieder 16. Eine ausführlichere Erklärung zur Bestimmung des Medians gibt es in besagten Videos.

Aufgabe 2

- a) $\frac{1}{2}$ von 24 bedeutet, dass wir multiplizieren müssen: $\frac{1}{2} \cdot 24 = 12$; in der ersten Figur werden also 12 Kästchen gefärbt. Analog sind es in der zweiten 8 und in der dritten 6.
- b) Hier werden 5 bzw. 4 Kästchen eingefärbt; in Summe sind es 9. Das veranschaulicht die Rechnung $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{9}{20}$. Das funktioniert, da die Figur aus genau 20 Kästchen besteht und das der Hauptnenner der beiden Brüche ist.

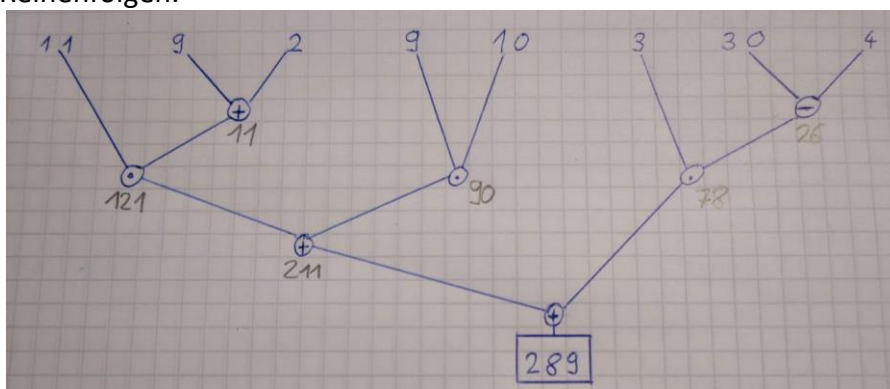
¹ Es ist hierbei clever, Symmetrien auszunutzen. Betrachten wir z.B. den sechsten Raum, so würde ich nur die obere Hälfte des Raumes zählen (das sind 11 Kästchen) und dann für die untere Hälfte verdoppeln.



- c) Hier gibt es natürlich individuelle Lösungen; wichtig ist, dass ihr ordentlich zeichnet und die Zeichnung beschriftet. Man kann hier auch etwas schwierigere Lösungen finden, in denen man Bruchteile einzelner Kästchen benötigt, z.B. bei $\frac{1}{4}$ von 22 Kästchen.

Aufgabe 3

- a) Die gelben Quadrate bestehen aus 9 Kästchen. Sie kommen immer mit 2 roten Kästchen; der zugehörige Term wäre also $(9 + 2)$. Da es elf solcher Quadrate gibt, erhalten wir den Term $11 \cdot (9 + 2)$. Dazu kommen 9 orangene Rechtecke aus jeweils 10 Kästchen mit dem Term $9 \cdot 10$. Die 3 grünen Rechtecke aus jeweils 30 Kästchen haben eine Lücke von vier Kästchen; das ergibt den Term $3 \cdot (30 - 4)$. Insgesamt erhalten wir den Term $11 \cdot (9 + 2) + 9 \cdot 10 + 3 \cdot (30 - 4)$.
- b) Der folgende Rechenbaum löst auch gleich Teil (c). Es gibt auch weitere richtige Reihenfolgen.



Aufgabe 4

a)

$$\begin{aligned}
 & 28 - 3 + 6 \cdot 4 - 5 \\
 & = 28 - 3 + 24 - 5 \\
 & = 25 + 24 - 5 \\
 & = \underline{44}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 & 2 \cdot 6 + 5 - 4 \cdot 5 \\
 & = 12 + 5 - 20 \\
 & = 17 - 20 = \underline{-3}
 \end{aligned}$$

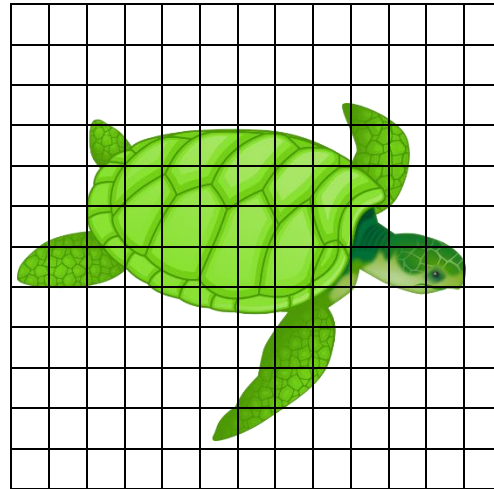
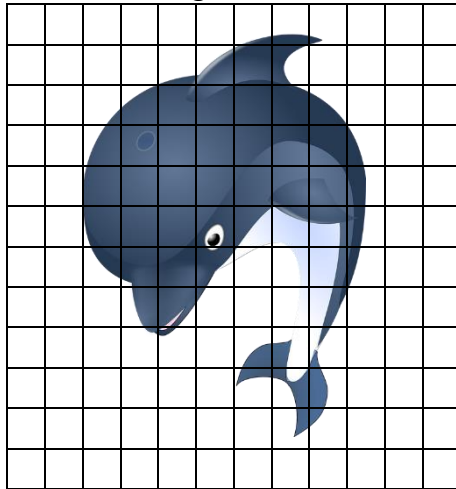
Eine Zeichnung ist nicht möglich, da wir mehr Kästchen entfernen müssen als eingefärbt sind. Wir können keine Flächen mit negativem Inhalt zeichnen.



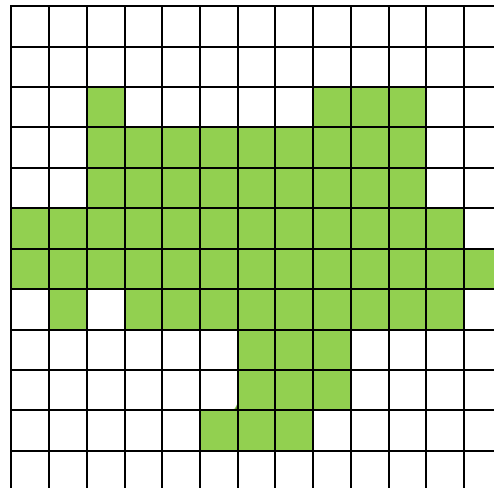
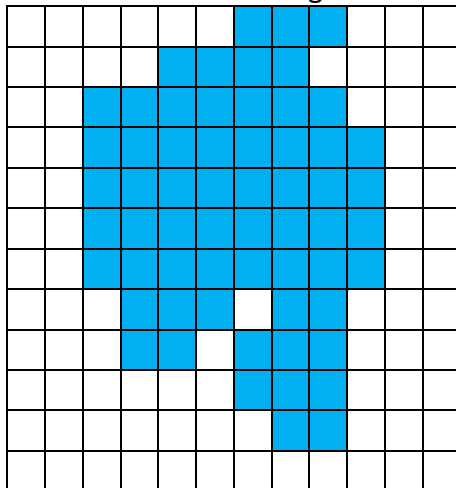
Aufgabe 5



Wir können die Felder einfärben und abzählen, um die beiden Tiere ungefähr abzudecken. Dafür gibt es verschiedene Möglichkeiten

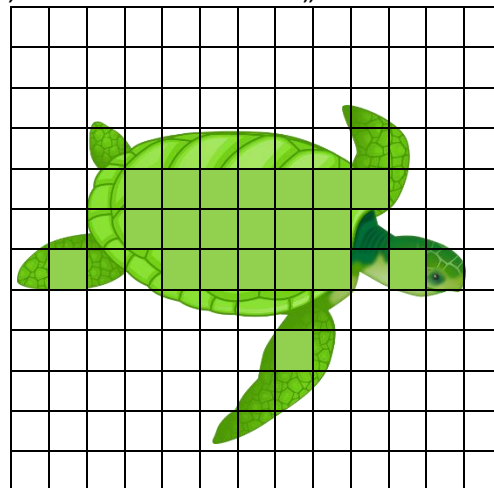
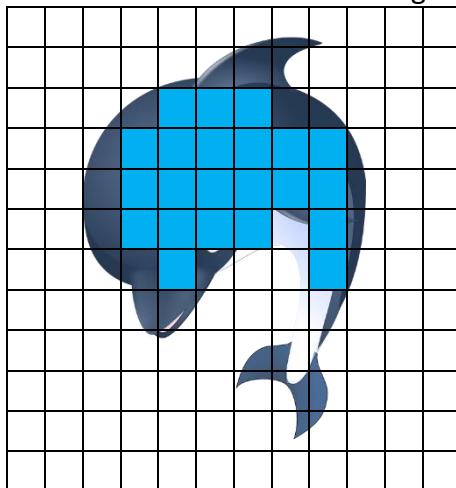


- Wir könnten jedes Kästchen einfärben, das Teile der Tiere beinhaltet. Das Ergebnis ist nicht der genaue Flächeninhalt, aber wir wissen dann immerhin, dass der Flächeninhalt der Tierbilder maximal so groß ist.



Ergebnis: Für den Delfin haben wir 61 Kästchen eingefärbt, für die Schildkröte 66. Der Delfin ist also höchstens 61 Kästchen groß; die Schildkröte 66.

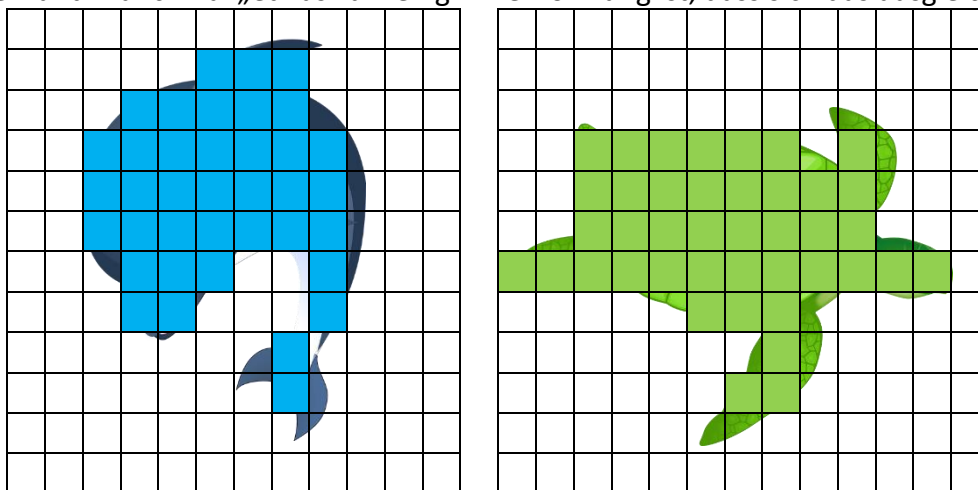
- Wir könnten auch nur die Kästchen einfärben, die **komplett von den Tieren ausgefüllt** werden. Damit erhalten wir ein Ergebnis, das kleiner ist als der „echte“ Flächeninhalt.





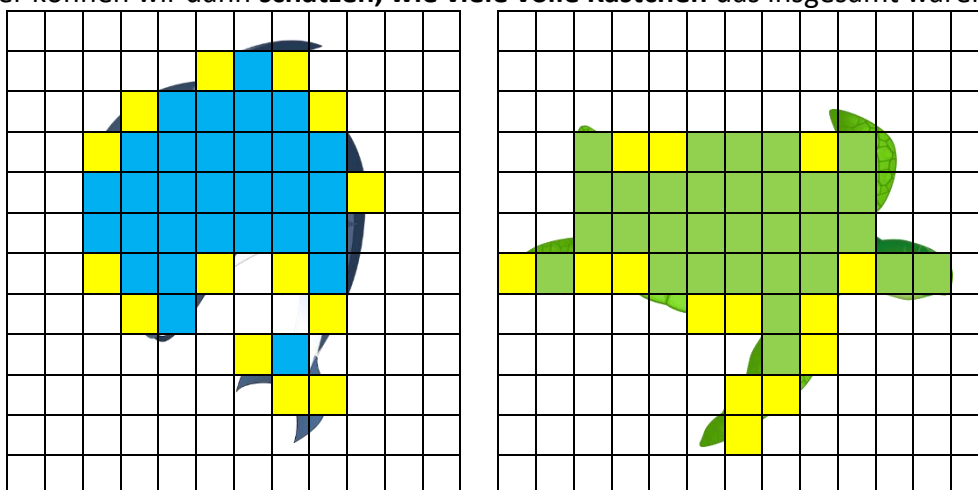
Ergebnis: Wir haben für den Delfin 22 Kästchen eingefärbt, für die Schildkröte 21. Der Delfin ist also mindestens 22 Kästchen groß; die Schildkröte 21. Wir haben nun einen Bereich für den Flächeninhalt der Tiere: So liegt der Flächeninhalt des Delfins z.B. zwischen 22 und 61 Kästchen.

3. Eine etwas genauere Vorgehensweise wäre, dass wir alle Kästchen einfärben, die **mindestens zur Hälfte** vom Tier bedeckt werden. Das ist vergleichbar mit dem Runden von Zahlen: Ab „5“ runden wir auf; davor ab. Dabei nehmen wir manchmal „etwas zu viel“ und manchmal „etwas zu wenig“. Die Hoffnung ist, dass sich das ausgleicht.



Ergebnis: Der Delfin bedeckt ungefähr 38 Kästchen, die Schildkröte 41.

4. Noch genauer wäre es, **erst die Kästchen zu zählen, die voll oder fast voll** von den Tieren abgedeckt werden. **Dann werden noch jene gezählt, die ungefähr zur Hälfte** abgedeckt sind. Die übrigen Kästchen werden immer nur zu kleinen Teilen von den Tieren abgedeckt. Hier können wir dann **schätzen, wie viele volle Kästchen** das insgesamt wären.



Ergebnis: Beim Delfin sind 30 Kästchen (fast) voll abgedeckt (blau). Zusätzlich sind 14 Kästchen (gelb) ungefähr zur Hälfte abgedeckt. Das sind insgesamt $30 + \frac{14}{2} = 37$ Kästchen. Die übrigen Teile des Delfins schätze ich auf ungefähr 3 Kästchen. Insgesamt erhalten wir damit ungefähr 40 Kästchen. Bei der Schildkröte sind 31 Kästchen (fast) voll abgedeckt (grün). Zusätzlich sind 14 Kästchen (gelb) ungefähr zur Hälfte abgedeckt. Das sind insgesamt $31 + \frac{14}{2} = 38$ Kästchen. Die übrigen Teile der Schildkröte schätze ich wieder auf ungefähr 3 Kästchen. Insgesamt erhalten wir damit 41 Kästchen.

Achtung: Die Vorgehensweisen waren immer noch recht ungenau; es wäre also vorschnell, daraus abzuleiten, dass die Schildkröte größer ist. Um ein genaueres Ergebnis zu erzielen benötigen wir ein feineres Gitter, also kleinere Kästchen.