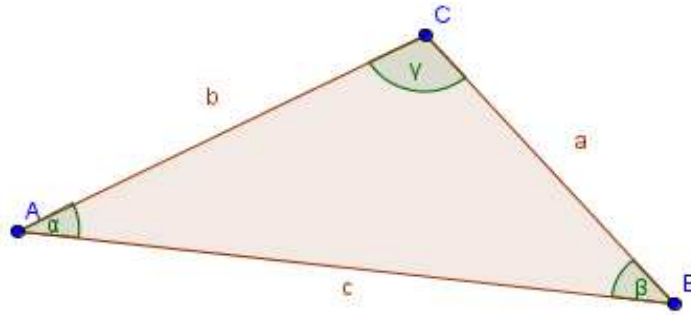


## Berechnungen an allgemeinen Dreiecken

### Aufgabe

Gegeben ist das folgende allgemeine Dreieck.



Bestimme alle fehlenden Seiten und Winkel.

- a)  $b = 4,95, \alpha = 54,45^\circ, \gamma = 56,69^\circ$
- b)  $a = 4,23, b = 2,57, \gamma = 36,48^\circ$
- c)  $c = 6,66, \alpha = 42,55^\circ, \gamma = 52,04^\circ$
- d)  $a = 6,52, c = 1,96, \beta = 49,24^\circ$
- e)  $b = 5,97, c = 1,65, \alpha = 65,32^\circ$
- f)  $b = 5,28, \beta = 66,86^\circ, \gamma = 54,48^\circ$
- g)  $c = 3,68, \beta = 62,02^\circ, \gamma = 58,51^\circ$
- h)  $b = 5,29, c = 7,41, \gamma = 61,93^\circ$
- i)  $a = 2,33, b = 3,74, \beta = 66,37^\circ$
- j)  $a = 3,21, c = 3,49, \beta = 42,26^\circ$

Ein Erklärvideo zum Thema findest du unter dem folgenden Link.



## Lösung:

a)

**1. Berechne  $\beta$  mit Winkelsummensatz:**

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma = 180^\circ - 54,45^\circ - 56,69^\circ$$

$$\beta = 68,86^\circ$$

**2. Berechne Seite a mit Sinussatz:**

$$a:b = \sin(\alpha) : \sin(\beta) \Rightarrow a = b \cdot \sin(\alpha) : \sin(\beta)$$

$$a = 4,95 \cdot \sin(54,45^\circ) : \sin(68,86^\circ) = 4,32$$

**3. Berechne Seite c mit Sinussatz:**

$$c:b = \sin(\gamma) : \sin(\beta) \Rightarrow c = b \cdot \sin(\gamma) : \sin(\beta)$$

$$c = 4,95 \cdot \sin(56,69^\circ) : \sin(68,86^\circ) = 4,44$$

c)

**1. Berechne  $\beta$  mit Winkelsummensatz:**

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma = 180^\circ - 42,55^\circ - 52,04^\circ$$

$$\beta = 85,41^\circ$$

**2. Berechne Seite a mit Sinussatz:**

$$a:c = \sin(\alpha) : \sin(\gamma) \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha) : \sin(\gamma)$$

$$a = 6,66 \cdot \sin(42,55^\circ) : \sin(52,04^\circ) = 5,71$$

**3. Berechne Seite b mit Sinussatz:**

$$b:c = \sin(\beta) : \sin(\gamma) \Rightarrow b = c \cdot \sin(\beta) : \sin(\gamma)$$

$$b = 6,66 \cdot \sin(85,41^\circ) : \sin(52,04^\circ) = 8,42$$

e)

**1. Kosinussatz:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$**

$$a^2 = 5,97^2 + 1,65^2 - 2 \cdot 5,97 \cdot 1,65 \cdot \cos(65,32^\circ)$$

$$a = 5,49$$

**2. Berechne  $\beta$  mit Sinussatz:**

$$b:a = \sin(\beta) : \sin(\alpha) \Rightarrow \sin(\beta) = b : a \cdot \sin(\alpha)$$

$$\sin(\beta) = 5,97 : 5,49 \cdot \sin(65,32^\circ) \Rightarrow \beta = 81,17^\circ$$

**3. Berechne  $\gamma$  mit Winkelsummensatz:**

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 65,32^\circ - 81,17^\circ$$

$$\gamma = 33,51^\circ$$

g)

**1. Berechne  $\alpha$  mit Winkelsummensatz:**

$$\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 62,02^\circ - 58,51^\circ$$

$$\alpha = 59,47^\circ$$

**2. Berechne Seite a mit Sinussatz:**

$$a:c = \sin(\alpha) : \sin(\gamma) \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha) : \sin(\gamma)$$

$$a = 3,68 \cdot \sin(59,47^\circ) : \sin(58,51^\circ) = 3,72$$

**3. Berechne Seite b mit Sinussatz:**

$$b:c = \sin(\beta) : \sin(\gamma) \Rightarrow b = c \cdot \sin(\beta) : \sin(\gamma)$$

$$b = 3,68 \cdot \sin(62,02^\circ) : \sin(58,51^\circ) = 3,81$$

i)

**1. Berechne  $\alpha$  mit Sinussatz:**

$$a:b = \sin(\alpha) : \sin(\beta) \Rightarrow \sin(\alpha) = a : b \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = 2,33 : 3,74 \cdot \sin(66,37^\circ) \Rightarrow \alpha = 34,8^\circ$$

**2. Berechne  $\gamma$  mit Winkelsummensatz:**

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 2,33^\circ - 3,74^\circ$$

$$\gamma = 78,83^\circ$$

**3. Berechne Seite c mit Sinussatz:**

$$c:b = \sin(\gamma) : \sin(\beta) \Rightarrow c = b \cdot \sin(\gamma) : \sin(\beta)$$

$$c = 3,74 \cdot \sin(78,83^\circ) : \sin(66,37^\circ) = 4$$

b)

**1. Kosinussatz:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$**

$$c^2 = 4,23^2 + 2,57^2 - 2 \cdot 4,23 \cdot 2,57 \cdot \cos(36,48^\circ)$$

$$c = 2,65$$

**2. Berechne  $\alpha$  mit Sinussatz:**

$$a:c = \sin(\alpha) : \sin(\gamma) \Rightarrow \sin(\alpha) = a : c \cdot \sin(\gamma)$$

$$\sin(\alpha) = 4,23 : 2,65 \cdot \sin(36,48^\circ) \Rightarrow \alpha = 71,71^\circ$$

**3. Berechne  $\beta$  mit Winkelsummensatz:**

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma = 180^\circ - 71,71^\circ - 36,48^\circ$$

$$\beta = 71,81^\circ$$

d)

**1. Kosinussatz:  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$**

$$b^2 = 6,52^2 + 1,96^2 - 2 \cdot 6,52 \cdot 1,96 \cdot \cos(49,24^\circ)$$

$$b = 5,45$$

**2. Berechne  $\alpha$  mit Sinussatz:**

$$a:b = \sin(\alpha) : \sin(\beta) \Rightarrow \sin(\alpha) = a : b \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = 6,52 : 5,45 \cdot \sin(49,24^\circ) \Rightarrow \alpha = 65,06^\circ$$

**3. Berechne  $\gamma$  mit Winkelsummensatz:**

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 65,06^\circ - 49,24^\circ$$

$$\gamma = 65,7^\circ$$

f)

**1. Berechne  $\alpha$  mit Winkelsummensatz:**

$$\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 66,86^\circ - 54,48^\circ$$

$$\alpha = 58,66^\circ$$

**2. Berechne Seite a mit Sinussatz:**

$$a:b = \sin(\alpha) : \sin(\beta) \Rightarrow a = b \cdot \sin(\alpha) : \sin(\beta)$$

$$a = 5,28 \cdot \sin(58,66^\circ) : \sin(66,86^\circ) = 4,9$$

**3. Berechne Seite c mit Sinussatz:**

$$c:b = \sin(\gamma) : \sin(\beta) \Rightarrow c = b \cdot \sin(\gamma) : \sin(\beta)$$

$$c = 5,28 \cdot \sin(54,48^\circ) : \sin(66,86^\circ) = 4,67$$

h)

**1. Berechne  $\beta$  mit Sinussatz:**

$$b:c = \sin(\beta) : \sin(\gamma) \Rightarrow \sin(\beta) = b : c \cdot \sin(\gamma)$$

$$\sin(\beta) = 5,29 : 7,41 \cdot \sin(61,93^\circ) \Rightarrow \beta = 39,04^\circ$$

**2. Berechne  $\alpha$  mit Winkelsummensatz:**

$$\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 39,04^\circ - 61,93^\circ$$

$$\alpha = 79,03^\circ$$

**3. Berechne Seite a mit Sinussatz:**

$$a:c = \sin(\alpha) : \sin(\gamma) \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha) : \sin(\gamma)$$

$$a = 7,41 \cdot \sin(79,03^\circ) : \sin(61,93^\circ) = 8,24$$

j)

**1. Kosinussatz:  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$**

$$b^2 = 3,21^2 + 3,49^2 - 2 \cdot 3,21 \cdot 3,49 \cdot \cos(42,26^\circ)$$

$$b = 2,43$$

**2. Berechne  $\alpha$  mit Sinussatz:**

$$a:b = \sin(\alpha) : \sin(\beta) \Rightarrow \sin(\alpha) = a : b \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = 3,21 : 2,43 \cdot \sin(42,26^\circ) \Rightarrow \alpha = 62,7^\circ$$

**3. Berechne  $\gamma$  mit Winkelsummensatz:**

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 62,7^\circ - 42,26^\circ$$

$$\gamma = 75,04^\circ$$