

Extrempunkte gesucht (mit Vorzeichenwechselkriterium (VZW))

Aufgabe 1:

Bestimme die Extrempunkte der folgenden Funktion

$$a) f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{1}$$

Ableitung $f'(x)$ bestimmen:

$$f'(x) = 1x^2 - 5x$$

Notwendiges Kriterium: $f'(x) = 0$

$$1x^2 - 5x = 0$$

Gleichung lösen (Ausklammern von x , PQ-Formel,...)

Kandidaten für Extremstellen:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 5$$

| Intervall | $f'(x)$ | Monotonie |
|-------------|------------------|-----------|
| $x < 0$ | $f'(-1) = 6 > 0$ | steigend |
| $x = 0$ | $f'(0) = 0$ | - |
| $0 < x < 5$ | $f'(3) = -6 < 0$ | fallend |
| $x = 5$ | $f'(5) = 0$ | - |
| $x > 5$ | $f'(6) = 6 > 0$ | steigend |

Hinreichendes Kriterium: VZW

Bei $x = 0$ VZW von + zu -

⇒ HP

Bei $x = 5$ VZW von - nach +

⇒ TP

Funktionswerte berechnen:

$$f(0) = 1$$

$$f(5) = -19,83$$

HP bei (0|1)
TP bei (5|-19,83)

Bestimme die Extrempunkte der folgenden Funktion

$$b) f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + \frac{10}{2}x^2 - 5$$

Ableitung $f'(x)$ bestimmen:

$$f'(x) = 1x^3 - 7x^2 + 10x$$

Notwendiges Kriterium: $f'(x) = 0$

$$1x^3 - 7x^2 + 10x = 0$$

Gleichung lösen (Ausklammern von x , PQ-Formel,...)

Kandidaten für Extremstellen:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 5$$

| Intervall | $f'(x)$ | Monotonie |
|-------------|--------------------|-----------|
| $x < 0$ | $f'(-1) = -18 < 0$ | fallend |
| $x = 0$ | $f'(0) = 0$ | - |
| $0 < x < 2$ | $f'(1) = 4 > 0$ | steigend |
| $x = 2$ | $f'(2) = 0$ | - |
| $2 < x < 5$ | $f'(4) = -8 < 0$ | fallend |
| $x = 5$ | $f'(5) = 0$ | - |
| $x > 5$ | $f'(6) = 24 > 0$ | steigend |

Hinreichendes Kriterium: VZW

Bei $x = 0$ VZW von - nach +

⇒ TP

Bei $x = 2$ VZW von + nach -

⇒ HP

Bei $x = 5$ VZW von - nach +

⇒ TP

Funktionswerte berechnen:

$$f(0) = -5$$

$$f(2) = 0,33$$

$$f(5) = -15,42$$

TP bei (0|-5)
HP bei (2|0,33)
TP bei (5|-15,42)