

Liebe Schüler,

vor den Ferien haben wir uns von den rein quadratischen Funktionen zu allgemeinen quadratischen Funktionen vorgearbeitet.

Da gab es die **Normalform**: $f(x) = ax^2 + bx + c$

und die **Scheitelpunktform** $f(x) = a(x-d)^2 + e$

Durch Ausmultiplizieren ließ sich die Scheitelpunktform recht einfach auf die Normalform bringen. Dazu gab es ein paar freiwillige Aufgaben.

Anschließend solltet ihr den Einfluss der Parameter d und e der Scheitelpunktform auf die Lage des Graphen untersuchen. Tendenziell solltet ihr so etwas herausbekommen haben:

e verschiebt den Graphen der Normalparabel bei positiven Werten nach oben, sonst nach unten.

Verschiebung der Normalparabel in y-Richtung

Der grüne Graph ist gegenüber der blau gezeichneten Normalparabel um 1 nach oben verschoben und hat den Scheitel $S(0|1)$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
$y = x^2 + 1$	10	5	2	1	2	5	10

Alle Funktionswerte sind gegenüber denen der Funktion mit $y = x^2$ um 1 erhöht. Die Funktionsgleichung lautet $y = x^2 + 1$.

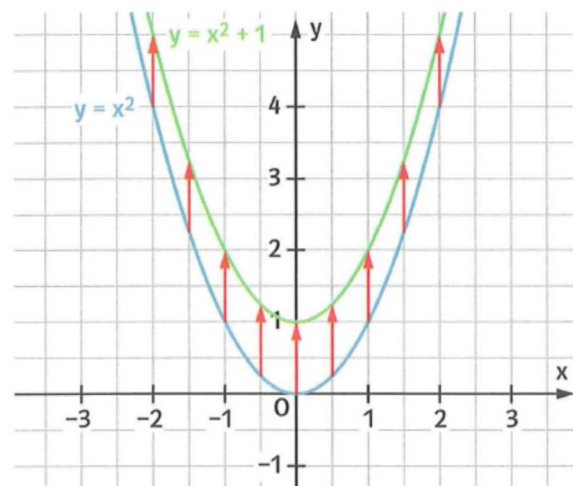


Fig. 1

d verschiebt den Graphen der Normalparabel bei negativen Werten nach rechts, sonst nach links.

Verschiebung der Normalparabel in x-Richtung

Der grüne Graph ist gegenüber der blau gezeichneten Normalparabel um 1 nach links verschoben und hat den Scheitel $S(-1|0)$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y = (x + 1)^2$	4	1	0	1	4	9	16

Die Funktionswerte der verschobenen Parabel sind die gleichen wie die der Funktion mit $y = x^2$ an den um 1 vergrößerten Werten von x. Die Funktionsgleichung lautet $y = (x + 1)^2$.

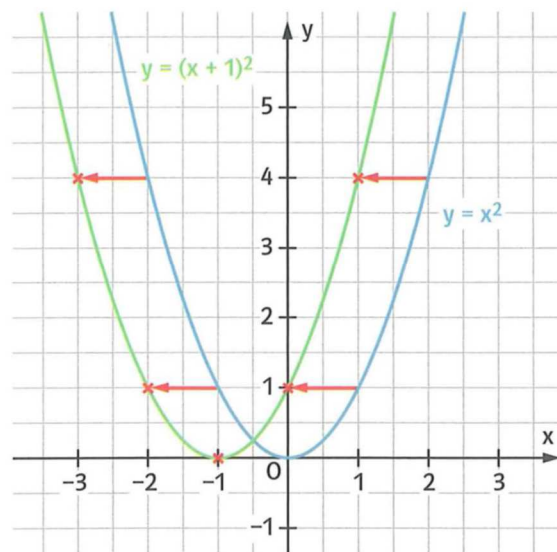


Fig. 2

Verschiebung einer Parabel in x- und y-Richtung

Der rote Graph ist gegenüber der blau gezeichneten Normalparabel um 1 nach oben und um 2 nach rechts verschoben und hat den Scheitel $S(2|1)$. Die Funktionsgleichung lautet $y = (x - 2)^2 + 1$. Die Reihenfolge, in der man die Normalparabel verschiebt, ist beliebig.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = x^2$	4	2	0	1	4	9	16
$y = (x - 2)^2$	16	9	4	2	0	1	4
	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
$y = (x - 2)^2 + 1$	17	10	5	3	1	2	5

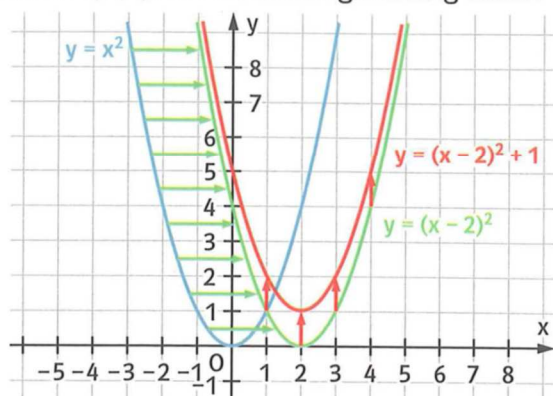


Fig. 1

Scheitelpunktform

Die Scheitelpunktform $f(x) = (x - d)^2 + e$ hat einen großen Vorteil. Der Scheitelpunkt lässt sich direkt als $(d|e)$ ablesen.

Beispiel:

$f(x) = (x - 3)^2 + 2 \rightarrow \text{SP } (3|2)$

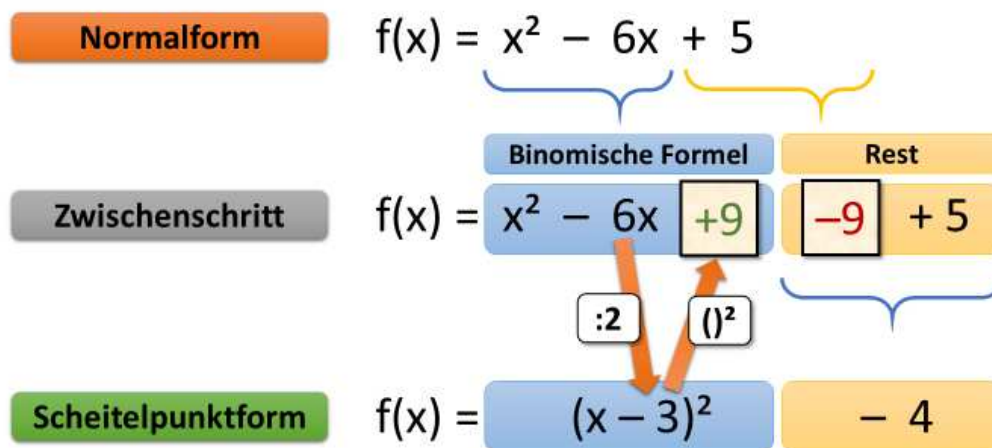
$f(x) = (x + 2)^2 - 5 \rightarrow \text{SP } (-2|-5)$

Die Scheitelpunktform ist somit recht cool, weil der Scheitelpunkt direkt abzulesen ist und wir somit viel über den Verlauf des Graphen wissen.

Frage: Was machen wir aber, wenn unsere Funktion in Normalform gegeben ist. Das heißt: wie kommen wir aus der Normalform auf die Scheitelpunktform?

Das ist gar nicht so schwer. Ich erkläre es euch im folgenden Video:

<https://www.youtube.com/watch?v=S0uPTWuN6nY&feature=youtu.be> (oder auf Schlaustwow.de unter Klasse 9 und quadratische Funktionen auf „Quadratische Ergänzung“ klicken)



Fazit:

Aus der Normalform kann der Scheitelpunkt nicht direkt abgelesen werden. Mit Hilfe der quadratischen Ergänzung kann man die Normalform aber in die Scheitelpunktform überführen.

Beispiel: Forme die Funktion $f(x) = x^2 + 7x + 12$ in Scheitelpunktform um:

a)	Quadratische Ergänzung				
	$x^2 + 7x + 12$				
	$= x^2 + 7x + 12,25 - 12,25 + 12$				
	$= (x + 3,5)^2 - 0,25$				

Das sollten wir jetzt noch ein wenig üben:

Aufgabe 1: Normalform in Scheitelpunktform mit Hilfe der quadratischen Ergänzung

- a) $f(x) = x^2 - 2x - 8$
- b) $f(x) = x^2 + 5x + 6$
- c) $f(x) = x^2 - 9x + 20$
- d) $f(x) = x^2 - 8x + 15$

Hier noch Aufgaben mit Lösungen zur quadratischen Ergänzung, wer noch Übung brauchen sollte.

Freiwillige Aufgaben:

		Scheitelpunkt	
$f(x) = x^2 + 4x + 5$	$f(x) = (x+2)^2 + 1$	2	1
$f(x) = x^2 - 6x + 11$	$f(x) = (x-3)^2 + 2$	-3	2
$f(x) = x^2 - 2x + 2$	$f(x) = (x-1)^2 + 1$	-1	1
$f(x) = x^2 + 6x + 9$	$f(x) = (x+3)^2$	3	0
$f(x) = x^2 + 2x + 3$	$f(x) = (x+1)^2 + 2$	1	2
$f(x) = x^2 + 4x + 5$	$f(x) = (x+2)^2 + 1$	2	1
$f(x) = x^2 - 4x + 1$	$f(x) = (x-2)^2 - 3$	-2	-3
$f(x) = x^2 + 8x + 17$	$f(x) = (x+4)^2 + 1$	4	1
$f(x) = x^2 - 8x + 20$	$f(x) = (x-4)^2 + 4$	-4	4
$f(x) = x^2 - 4x + 7$	$f(x) = (x-2)^2 + 3$	-2	3
$f(x) = x^2 - 2x - 3$	$f(x) = (x-1)^2 - 4$	-1	-4
$f(x) = x^2 + 2x + 6$	$f(x) = (x+1)^2 + 5$	1	5
$f(x) = x^2 - 4x + 6$	$f(x) = (x-2)^2 + 2$	-2	2
$f(x) = x^2 + 4x + 6$	$f(x) = (x+2)^2 + 2$	2	2

Aufgabe 2: Wiederholung: Scheitelpunktform in Normalform durch Ausmultiplizieren

- a) $f(x) = (x + 3)^2 + 4$
- b) $f(x) = (x + 2)^2 + 2$
- c) $f(x) = (x - 1)^2 + 3$
- d) $f(x) = (x - 3)^2 - 4$

So. Es wäre super, wenn ihr am Ende der Woche die Unterschiede der beiden Darstellungsformen (Normalform und Scheitelpunktform) kennt und eine Form in die andere Form umwandeln könnt (Ausmultiplizieren bzw. quadratische Ergänzung).

Darüber hinaus solltet ihr aus der Scheitelpunktform den Scheitelpunkt ablesen können oder im Gegenzug zu einem Scheitelpunkt die Scheitelpunktform angeben.

Wer noch Fragen hat, einfach per Mail melden.

