Umformungen quadratischer Funktionen

Aufgabe 1:
Forme in die jeweilige Form um.

a) In Normalform: $f(x) = (x - 4)^2 + 3$

b) In faktorisierte Form: $f(x) = (x - 4)^2 - 16$

c) In faktorisierte Form: $f(x) = (x - 4)^2 - 9$

d) In Scheitelpunktform: $x^2 - 1x - 6$

e) In faktorisierte Form: $x^2 - 9x + 20$

f) In Scheitelpunktform: $f(x) = (x-6) \cdot (x-6)$

g) In Scheitelpunktform: $x^2 + 7x + 10$

h) In Normalform: $f(x) = (x - 4)^2 - 3$

i) In faktorisierte Form: $f(x) = (x - 3)^2 - 16$

Lösung:
Aufgabe 1:

a) Ausmultiplizieren
$(x - 4)^2 + 3$
$= x^2 - 8x + 16 + 3$
$= x^2 - 8x + 19$

b) $(x - 4)^2 - 16 = 0 \mid + 16$
$(x - 4)^2 = 16 \mid \sqrt{}$
$x - 4 = 4 \mid +4$ und $x - 4 = -4 \mid +4$
$x = 8$ und $x = 0$
$f(x) = (x - 8) \cdot x$

c) $(x - 4)^2 - 9 = 0 \mid + 9$
$(x - 4)^2 = 9 \mid \sqrt{}$
$x - 4 = 3 \mid +4$ und $x - 4 = -3 \mid +4$
$x = 7$ und $x = 1$
$f(x) = (x - 7) \cdot (x - 1)$

d) Quadratische Ergänzung
$x^2 - 1x - 6$
$= x^2 - 1x + 0{,}25 - 0{,}25 - 6$
$= (x - 0{,}5)^2 - 6{,}25$

e) PQ-Formel: $p = -9$, $q = +20$
$x1 = 4{,}5 + \sqrt{(20{,}25- 20)} = 4{,}5 + 0{,}5 = 5$
$x2 = 4{,}5 - \sqrt{(20{,}25- 20)} = 4{,}5 - 0{,}5 = 4$
$f(x) = (x - 5) \cdot (x - 4)$

f) Scheitelpunkt (SP) in der Mitte der Nullstellen
$xS = [6 + 6] : 2 = 12 : 2 = 6$
y-Koordinate des SP als Funktionswert f(xS)
$f(6) = (6-6) \cdot (6-6) = (0) \cdot (0) = 0$
$f(x) = (x -6)^2$

g) Quadratische Ergänzung
$x^2 + 7x + 10$
$= x^2 + 7x + 12{,}25 - 12{,}25 + 10$
$= (x + 3{,}5)^2 - 2{,}25$

h) Ausmultiplizieren
$(x - 4)^2 - 3$
$= x^2 - 8x + 16 - 3$
$= x^2 - 8x + 13$

$(x - 3)^2 - 16 = 0 \mid + 16$
$(x - 3)^2 = 16 \mid \sqrt{}$
$x - 3 = 4 \mid +3$ und $x - 3 = -4 \mid +3$
$x = 7$ und $x = -1$
$f(x) = (x - 7) \cdot (x + 1)$